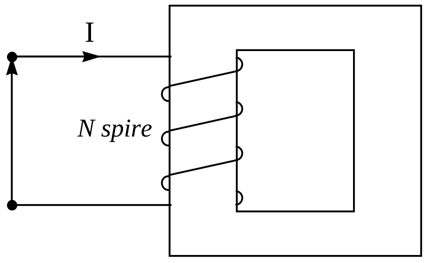
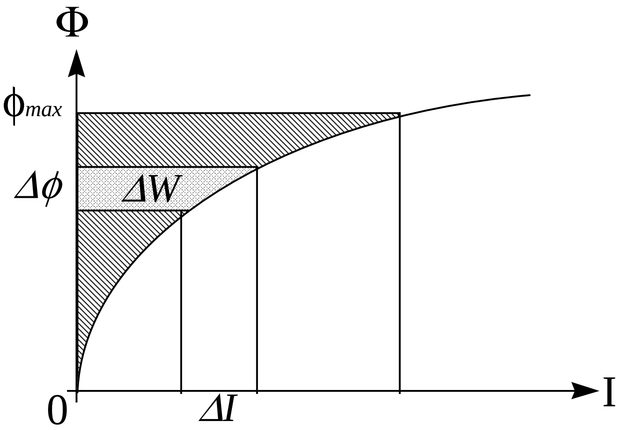
ENERGIA IMMAGAZZINATA IN UN CIRCUITO

Si sa che alla generazione del campo magnetico da parte della corrente che percorre un circuito elettrico, sia legato un fenomeno energetico; cioè è necessario che durante tale fase il generatore fornisca al circuito una certa quantità di energia elettrica (oltre a quella dissipata per effetto Joule), energia che viene immagazzinata dal mezzo che circonda il circuito, là dove esiste il campo magnetico. Tale energia verrà restituita al circuito quando si annulla la corrente e quindi il campo magnetico. Oltre alle formule già viste ($W=HB/2$ - $W=B^2/2\mu$)l'energia può anche essere espressa dalla relazione

$$W = \frac{1}{2} L\, I^2$$

analoga a quella dell'energia elettrostatica immagazzinata da un condensatore $W = \frac{1}{2} C V^2$





a)

Supponiamo che l'avvolgimento sia privo di resistenza ed abbia *N* spire; la caratteristica del circuito magnetico è data dal grafico **a**.
La corrente nella bobina viene portata gradualmente dal valore zero al valore *I* nel tempo *T*. Durante l'intervallo Δt la tensione indotta nella bobina vale

$$v_i = N \cdot \frac{\Delta \phi_c}{\Delta t}$$

Nello stesso intervallo Δt, abbastanza piccolo per poter ritenere *I* costante, il generatore di corrente trasferisce alla bobina una potenza

$$P = v_i \cdot I \; = N\, I \cdot \frac{\Delta \phi_c}{\Delta t}$$

ed una energia

$$\Delta W = P \cdot \Delta t \quad = N\, I \cdot \Delta \phi_c$$

Tale energia è rappresentata graficamente dall'area ombreggiata sopra la caratteristica *a*.
Ripetendo il ragionamento per tutti gli intervalli Δt che compongono T, e sommando tutti i contributi ΔW, si ottiene l'energia totale W trasferita dal generatore alla bobina, che risulta pari all'area tratteggiata sopra la caratteristica del circuito magnetico fino all'ordinata $\phi = \phi_{max}$
Avendo ipotizzato che la resistenza della bobina sia nulla, l'energia W che il generatore elettrico trasferisce alla bobina non può venir dissipata, ma rimane immagazzinata nel circuito magnetico. Essa verrà restituita al circuito elettrico quando la corrente tornerà nuovamente a zero. Infatti, a causa della diminuzione del flusso, la tensione indotta cambia segno, mentre la corrente concatenata conserva il segno precedente (la corrente diminuisce ma non si inverte).
Il prodotto $\Delta W = N\,I \cdot \phi_c = N\,I \cdot v_i \cdot \Delta t$ diventa negativo, indicando in tal modo un trasferimento di energia dal circuito magnetico verso il generatore.
L'energia totale, restituita dal circuito magnetico quando la corrente scende a zero, corrisponde all'area delimitata dalla caratteristica magnetica percorsa durante questa fase: in assenza di isteresi l'energia restituita coincide esattamente con quella immagazzinata.
Un circuito magnetico in aria (o su un materiale paramagnetico) costituisce un caso particolarmente semplice, poiché presenta caratteristica lineare. L'area corrispondente all'energia immagazzinata diventa quella del triangolo ombreggiato e può essere facilmente calcolata

$$W = \frac{1}{2} \cdot N\,I \cdot \phi_c$$

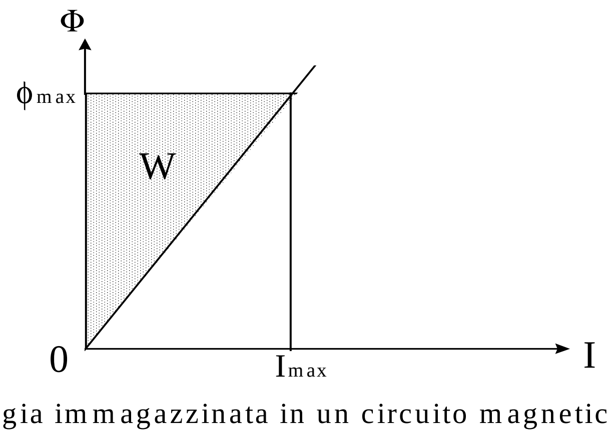
Ricordando che l'induttanza è data dal rapporto

$$L = \frac{N \cdot \phi_c}{I}$$

l'energia immagazzinata può essere trascritta nella formula

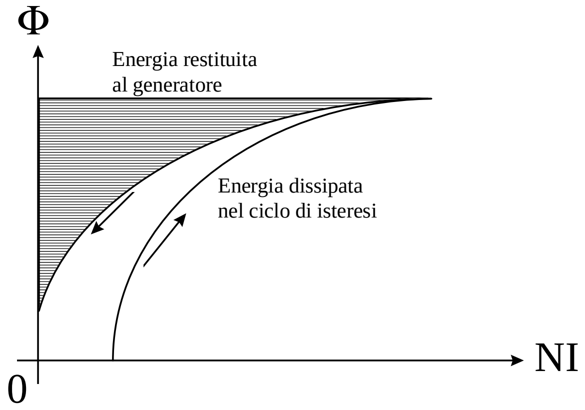
$$\mathbf{W = \frac{1}{2} LI^2}$$

Tale formula è valida solamente per i circuiti magnetici *lineari*: per tutti i circuiti su ferro è necessario valutare l'area delimitata dalla caratteristica non lineare.



(Energia immagazzinata in un circuito magnetico lineare)

Abbiamo quindi dimostrato che il circuito magnetico restituisce tutta l'energia immagazzinata se la caratteristica di magnetizzazione viene percorsa identicamente nei due sensi.
Quando è presente il ciclo di isteresi, la caratteristica percorsa durante la diminuzione di corrente differisce da quella percorsa con la corrente in aumento. L'energia restituita risulta perciò minore, e la differenza corrisponde esattamente all'area racchiusa dal ciclo di isteresi, come illustrato nella figura seguente. L'energia non restituita viene dissipata in calore all'interno del materiale (perdite per isteresi).



(Energia dissipata nel ciclo di isteresi.)

Ogni volta che viene descritto un ciclo di isteresi completo viene dissipata una energia pari alla sua area. Se questo viene percorso con frequenza elevata la potenza dissipata diventa rilevante; per questo motivo i materiali magnetici sottoposti a rapide variazioni di flusso vengono scelti fra quelli aventi il ciclo di isteresi più stretto (materiali dolci).
Finora abbiamo considerato la caratteristica del circuito magnetico (assi NI-ϕ); se invece si considera la sola caratteristica del tipo di materiale (assi H-B), l'area del ciclo non ha più le dimensioni dell'energia, ma quelle di energia per unità di volume, misurata in $\mathrm{J/m^3}$.

Esercizio :

Un generatore a corrente continua fornisce una f.e.m. costante E = 400 V e alimenta un circuito che ha una resistenza R = 5 Ω ed un'induttanza L = 0,5 H. Nel circuito è inserito un reostato che presenta una resistenza R_1 = 45 Ω.
Nell'ipotesi che la resistenza interna del generatore sia trascurabile, calcolare:

1. Il valore di regime della corrente e l'energia elettromagnetica da essa generata:
2. Il valore medio della f.e.m. di autoinduzione che si ottiene nel circuito quando la resistenza del reostato assume il valore R_1' =27 Ω, sapendo che la variazione della corrente,dovuta alla variazione della resistenza, avviene in cinque centesimi di secondo.
3. L' aumento di energia elettromagnetica dopo la variazione di corrente.

Soluzione :

Il valore di regime è $I = \frac{E}{R + R_1} = \frac{400}{5 + 45} = 8$ A. $\quad W = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2}$ x 0,5 x $8^2 = 16$ J

L'intensità della corrente, quando la resistenza del reostato è di 27 Ω vale:

$I' = \frac{E}{R + R'_1} = \frac{400}{5 + 27} = 12{,}5$ A.

$\Delta I = I' - I = 12{,}5 - 8 = 4{,}5$ A da cui $E_m = - L \frac{\Delta I}{\Delta t} = - 0{,}5 \times \frac{4{,}5}{5x10^{-2}} = - 45$ V

L'energia della corrente aumenta di :

$\Delta W = W' - W = \frac{1}{2} LI'^2 - \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} L(I'^2 - I^2) = \frac{1}{2}$ x 0,5 ($12{,}5^2 - 8^2$) = 23 J
