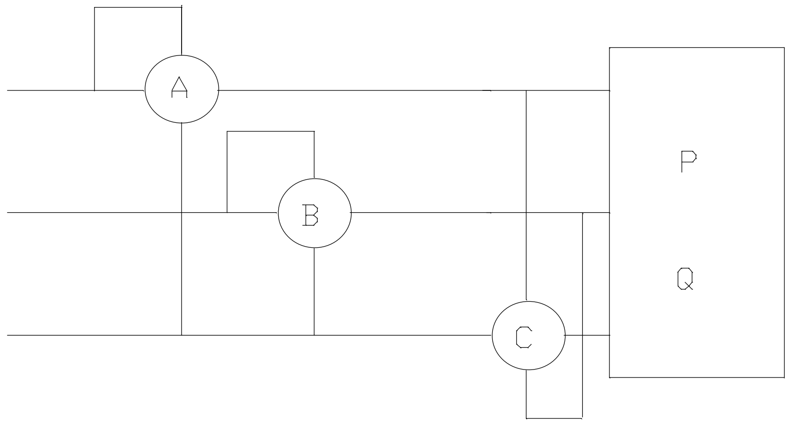
INSERZIONE RIGHI

L' inserzione Righi si applica sui sistemi a tre fili e permette di ricavare sia la potenza attiva che reattiva, **indipendentemente dal tipo di carico** (con l' inserzione Aron la potenza reattiva si poteva ricavare solamente se il carico era equilibrato).
Si useranno tre wattmetri di cui due in inserzione Aron (A e B) e uno in quadratura (C).



Si definisce inserzione in quadratura quando il circuito voltmetrico è derivato tra due fili differenti da quello in cui è inserito il circuito amperometrico.
La potenza attiva è ancora fornita dalla somma dei due wattmetri in inserzione Aron :

$$P = A + B$$

La potenza reattiva è data da

$$\boxed{\mathbf{Q = \frac{A - B + 2C}{\sqrt{3}}}}$$

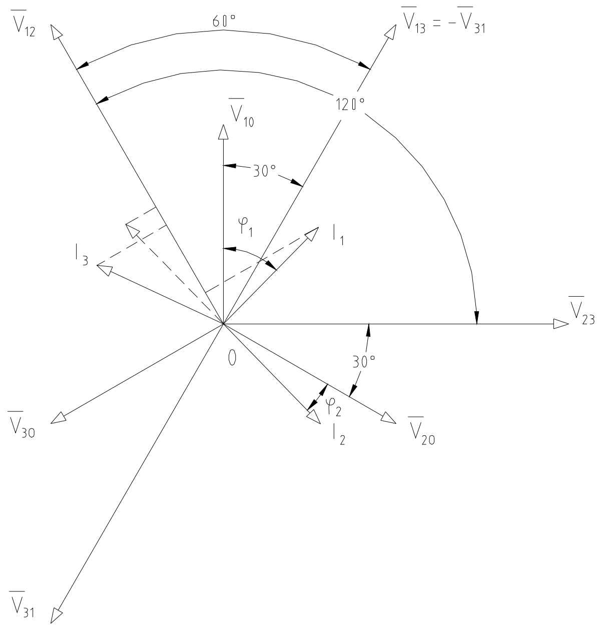
Per dimostrare l'esattezza di tale espressione,si tenga presente che l'indicazione dei tre Wattmetri sono

$$A = V_{13}\ I_1 \cos V_{13}\hat{}I_1$$

$$B = V_{23}\ I_2 \cos V_{23}\hat{}I_2$$

$$C = V_{12}\ I_3 \cos V_{12}\hat{}I_3$$

Dato che la somma delle correnti è zero sarà zero anche la somma delle proiezioni delle correnti su qualsiasi riferimento.
Prendendo come riferimento la tensione V_{12} :



e proiettando le 3 correnti sull' asse V_{12}, la somma delle tre proiezioni dovrà essere 0 perché la somma delle tre correnti è uguale a 0

$$I_1 \cos V_{12}\hat{}I_1 + I_2 \cos V_{12}\hat{}I_2 + I_3 \cos V_{12}\hat{}I_3 = 0$$

moltiplicando tutto per V si ottiene

$$V\, I_1 \cos V_{12}\hat{}I_1 + V\, I_2 \cos V_{12}\hat{}I_2 + V\, I_3 \cos V_{12}\hat{}I_3 = 0$$

Il terzo termine ($V\, I_3 \cos V_{12}\hat{}I_3 = C$) coincide con l'indicazione del Wattmetro C per cui si ricava

$$V\, I_3 \cos V_{12}\hat{}I_3 = C = -V\, I_1 \cos V_{12}\hat{}I_1 - V\, I_2 \cos V_{12}\hat{}I_2$$

Si osserva inoltre che

$$V_{12}\hat{}I_1 = V_{13}\hat{}I_1 + 60° \text{ e che}$$

$$V_{12}\hat{}I_2 = V_{23}\hat{}I_2 + 120°$$

perché V_{12} è in anticipo di 60 ° rispetto a V_{13} e di 120° rispetto a V_{23};

sostituendo tali espressioni in C ottengo :

$$C = -V\, [\, I_1 \cos (\, V_{13}\hat{}I_1 + 60°) + I_2 \cos (\, V_{23}\hat{}I_2 + 120°)]$$

(ricordando che $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \text{sen}\,\alpha\, \text{sen}\,\beta$) si ricava

$$\cos(V_{13}\hat{}I_1 + 60°) = \cos V_{13}\hat{}I_1 \cos 60° - \mathrm{sen}\, V_{13}\hat{}I_1 \,\mathrm{sen}\, 60° = \frac{1}{2}\cos V_{13}\hat{}I_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{sen}\, V_{13}\hat{}I_1$$

$$\cos(V_{23}\hat{}I_1 + 120°) = \cos V_{23}\hat{}I_2 \cos 120° - \mathrm{sen}\, V_{23}\hat{}I_2 \,\mathrm{sen}\, 120° = -\frac{1}{2}\cos V_{23}\hat{}I_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{sen}\, V_{23}\hat{}I_{12}$$

sostituendo e considerando le espressioni di A e B

$$C = \frac{1}{2}(B - A) + \frac{\sqrt{3}}{2} Q$$

dove $Q = V I_1 \,\mathrm{sen}\, V_{13}\hat{}I_1 + V I_2 \,\mathrm{sen}\, V_{23}\hat{}I_2$ da cui

$$Q = \frac{A - B + 2C}{\sqrt{3}}$$
