

ESERCIZI

1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{se } x < 0 \\ a & \text{se } x = 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{2x} + b & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Si determinino a e b affinché la funzioni risulti continua in $x=0$.

2. Determina le eventuali rette perpendicolari alla retta $4x + 4y - 9 = 0$ e tangenti alla curva $f(x) = x \ln x$.

3. Determinare i parametri a e b in modo che le curve $y = (x+1)e^x$ e $y = a + \frac{b}{x}$ si taglino ortogonalmente nel punto $P(-1, 0)$, ovvero abbiano in tale punto rette tangenti ortogonali.

4. Si consideri la curva $y = \frac{ax^2 + b}{x+2}$; determinare i valori dei parametri in modo che la curva risulti tangente in $P(1, -1)$ alla parabola di vertice $V(3, 1)$.

5. Si consideri la curva $y = \frac{2x^2 - 2x + 1}{x-1}$

- Si studi la funzione e si tracci il suo grafico
- Si determini l'ampiezza in gradi primi sessagesimali dell'angolo acuto formato dalle rette degli asintoti della funzione.
- Determinare l'equazione della retta t tangente nel suo punto P di intersezione con l'asse delle y.

6. Si consideri la curva $y = \frac{6}{x}$. Si determini l'equazione della retta t tangente nel suo punto generico P di ascissa x_0 e si verifichi che tale punto coincide con il punto medio del segmento staccato dagli assi cartesiani sulla retta t.

7. Calcolare, in base alla definizione, la derivata della funzione $f(x) = x \sin x$ nel suo punto di ascissa π .

8. Si studi in modo dettagliato la funzione $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$ tracciandone un grafico accurato.

9. Calcola la derivata delle funzioni: $f(x) = \frac{\ln^2(x^2 - 1)}{x^2 + 1}$, $g(x) = -2x e^{\sin(4x^2 + 2x)}$

10. Calcola la derivata delle funzioni: $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$, $g(x) = \frac{2x - \sin(2x)}{4}$ e si verifichi che le due funzioni hanno, in punti di uguale ascissa, rette tangenti tra loro perpendicolari.

11. Determinare l'equazione della retta tangente alla curva $y = (x-2)^{\cos(x-\pi)}$ nel suo punto di ascissa $x = \pi$.

12. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & \text{se } x \leq 3 \\ \ln(x-2) + x & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Si determinino i coefficienti a e b in modo che $f(x)$ risulti derivabile in $x=3$.

13. Si determini l'equazione della retta tangente alla funzione $y = \sqrt[3]{12x+8}$ nel suo punto di ascissa $x=0$.

14. Si studino le seguenti funzioni:

a) $f(x) = x^2(\ln x - 2)$

b) $f(x) = \frac{\ln x - 1}{x^2}$

c) $f(x) = \sqrt{x} e^{-x^2}$