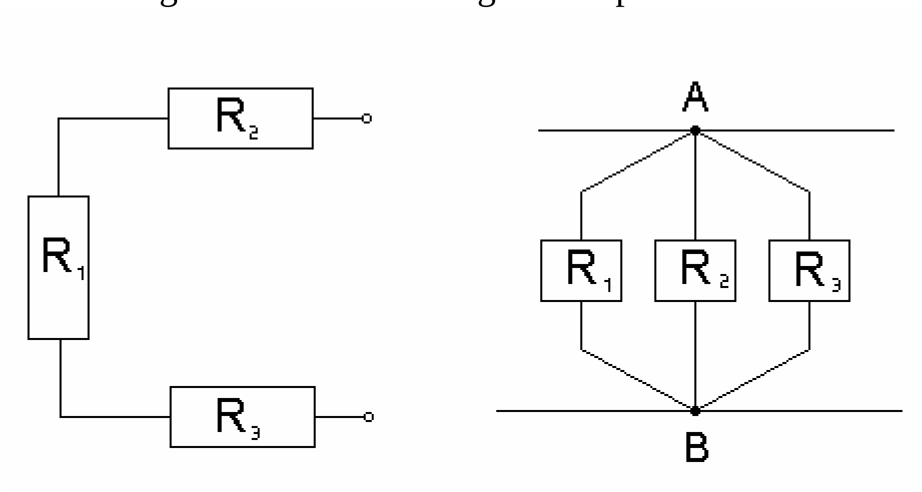
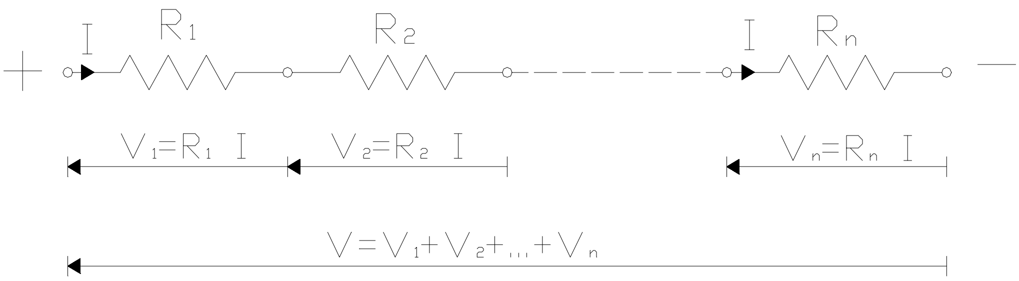
COLLEGAMENTO SERIE E PARALLELO DI BIPOLI (Resistenze)

Per realizzare un circuito elettrico è necessario collegare tra loro più ***bipoli***. Il tipo di collegamento che si effettua dipende dalle esigenze e dagli obiettivi che si intendono realizzare. Chiaramente , a seconda del criterio seguito, otterremo circuiti elettrici le cui configurazioni saranno più o meno complesse. Le due configurazioni più semplici ma contemporaneamente più importanti, perché più usate, sono rappresentate dal collegamento serie e collegamento parallelo:



COLLEGAMENTO SERIE:

Lo si ottiene unendo più bipoli in una catena e collegando successivamente un morsetto di uno ad un morsetto di un altro. In termini tecnici ciò si esprime nel seguente modo: “ Due o più resistenze si dicono collegate in serie fra loro quando sono connesse una di seguito all’altra in modo da essere attraversate dalla stessa corrente.



Il collegamento in serie presenta le seguenti caratteristiche:

1. Le tensioni V_1, V_2,…V_n sono determinate dalle cadute di tensione sulle resistenze

$$V_1 = R_1 I; \quad V_2 = R_2 I \dots V_n = R_n I$$

2. La tensione V ai capi della serie di resistenze è pari alla somma delle cadute di tensione sulle singole resistenze

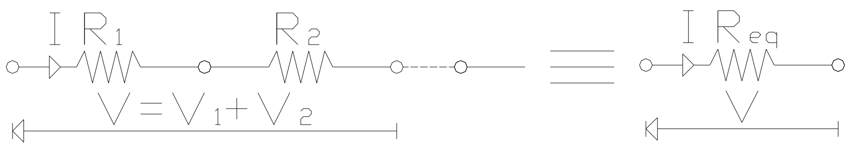
$$V = V_1+V_2+\dots V_n = R_1 I + R_2 I + \dots R_n I = (R_1+ R_2+\dots R_n) I$$

3. L'intensità della corrente che percorre le singole resistenze è la stessa.

4. Tutte le resistenze della serie sono ***" equivalenti "***ad un' unica resistenza $\mathbf{R_{eq}}$ pari alla somma delle singole **R**.
Pertanto

$$V = R_1 I + R_2 I + \dots R_n I = (R_1 + R_2 + \dots R_n) I = \mathbf{R_{eq} I}$$

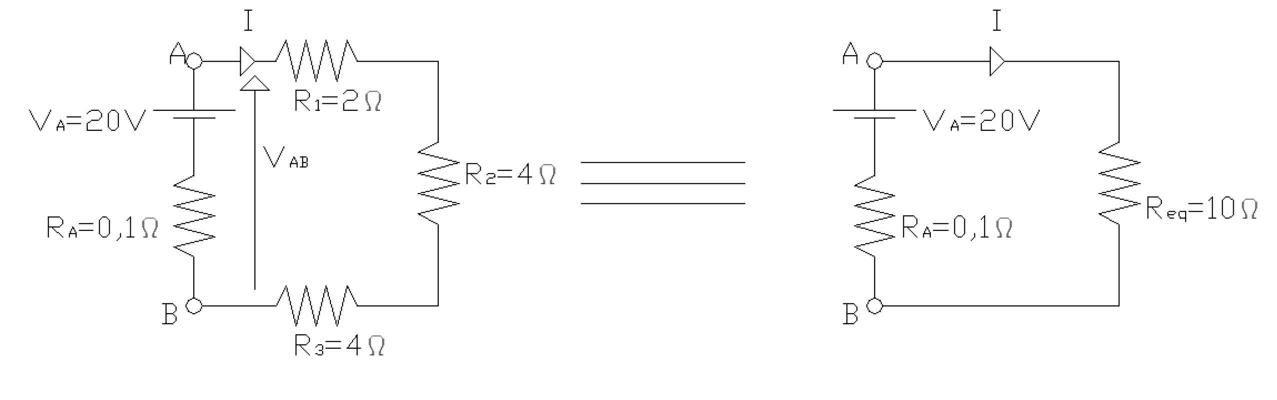
Il circuito,quindi, può subire la seguente **" trasformazione "**:



Un caso particolare è quello di più resistenze serie tutte dello stesso valore:
in tal caso,**se n è il numero delle resistenze**, si ha :

$$R_{eq} = n R \quad \text{(dove n è il numero delle resistenze)}$$

Esercizio:



$V_{AB} = V_A - R_A I = R_1 I + R_2 I + R_3 I$ $\qquad\qquad$ $V_{AB} = V_A - R_A I = R_{eq} I$

Calcolando **I** si ottiene $I = \dfrac{V_A}{R_{eq}+R_A} = 1{,}980\ A$

Vediamo ora cosa succede alla corrente se aggiungo una resistenza di 5Ω; in tal caso **R_{eq}** diventa 15 Ω e pertanto $I = \dfrac{V_A}{15+0{,}1} = \dfrac{20}{15+0{,}1} = 1{,}324\ A$

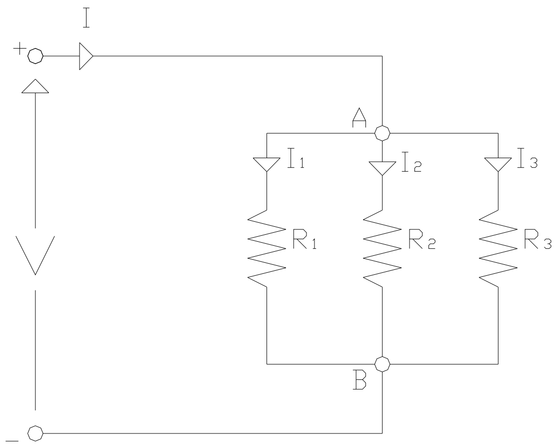
Da tale esempio **si evince che l'aggiunta di elementi passivi in serie porta sempre ad una diminuzione della corrente circolante**. Quindi se in un circuito elettrico inserisco uno strumento di misura, poiché esso avrà una sua resistenza interna, avrò una diminuzione del valore della corrente che doveva essere misurata. Dato che l'amperometro è uno strumento misuratore di corrente, esso và inserito in serie al circuito e quindi deve avere una ***resistenza bassissima***, teoricamente zero.

COLLEGAMENTO PARALLELO

Lo si realizza unendo più bipoli in un **"fascio".** In pratica si collegano assieme un estremo di ogni bipolo in un punto (ad esempio il punto A) e tutti gli altri nell'altro punto (ad esempio il punto B).

In termini tecnici ciò si esprime in questo modo:

" Due o più resistenze si dicono collegate in parallelo quando sono connesse in modo da essere sottoposte alla stessa tensione, e cioè quando sono riunite per i loro estremi a formare due nodi A e B ":



Il collegamento in parallelo presenta le seguenti caratteristiche:

1. Tutte le resistenze sono sottoposte alla stessa Tensione V ($V = V_{AB}$)

2. Le correnti nei singoli rami sono determinate nel seguente modo

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{V_{AB}}{R_1} \quad ; \quad I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{V_{AB}}{R_2} \quad ; \quad I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{V_{AB}}{R_3}$$

3. La corrente totale I, applicando il primo principio di Kirchhoff al nodo A, vale:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} = V\,(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)$$

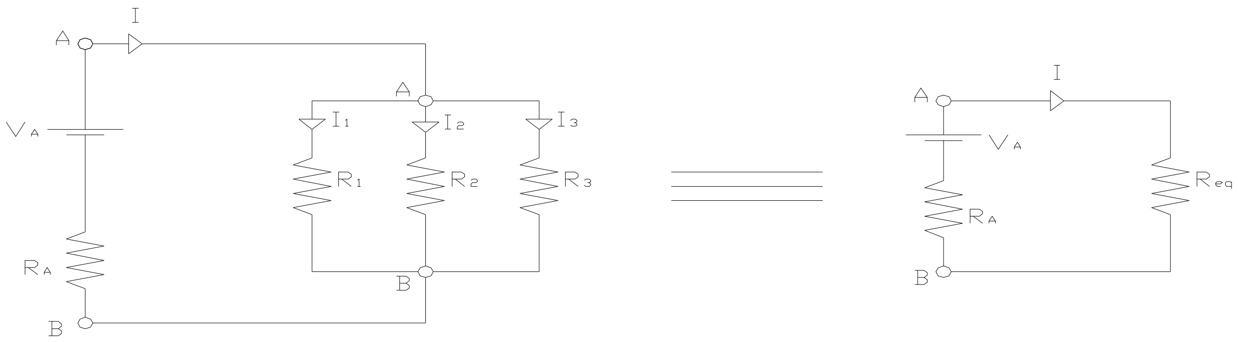
4. Le tre resistenze corrispondono pertanto ad un' unica resistenza equivalente $\mathbf{R_{eq}}$ che è data da:

$$\mathbf{R_{eq}} = \frac{V}{I} = \frac{V_{AB}}{I} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Ovviamente il discorso vale per **2** resistenze come per **n** resistenze.

Da notare che la resistenza equivalente è sempre minore della più piccola fra tutte le resistenze del gruppo.

La relazione di cui sopra mi dice che ai fini della corrente assorbita globalmente dal gruppo di resistenze è possibile sostituire a questa una sola Resistenza equivalente $\mathbf{R_{eq}}$.



Un caso particolare è quello di più resistenze in parallelo tutte dello stesso valore:
in tal caso se **n** è il numero delle resistenze si ha:

$$\mathbf{R_{eq}} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{n}}$$

Nel caso di due sole resistenze in parallelo, che prende il nome di **arco doppio** l'espressione della $\mathbf{R_{eq}}$ assume la forma :

$$\mathbf{R_{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\mathbf{R_1 \; R_2}}{\mathbf{R_1 + R_2}}$$

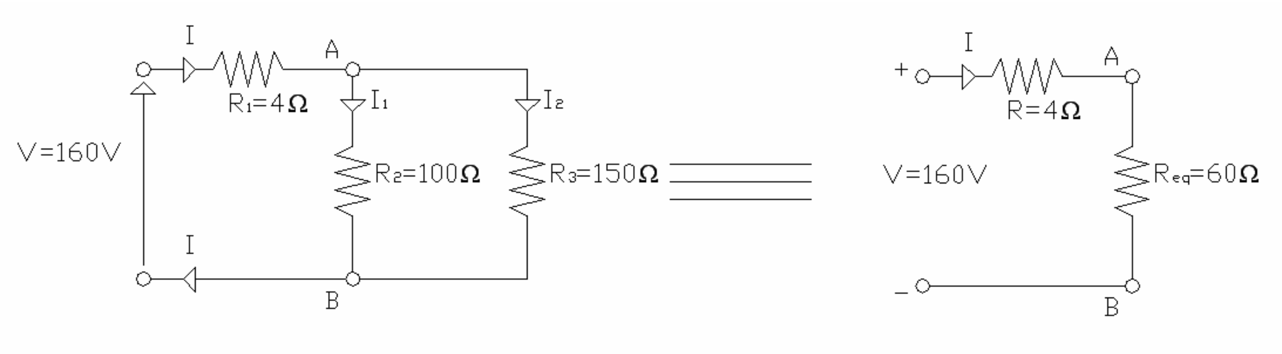
Osserviamo infine una cosa : se al posto delle resistenze si usassero le rispettive ***conduttanze*** si otterrebbe che:

$$\mathbf{G_{eq}} = \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \mathbf{G_1 + G_2 + G_3}$$

pertanto le conduttanze in parallelo si sommano, mentre per le conduttanze in serie si fa l'inverso della somma degli inversi :

$$\mathbf{G_{eq}} = \frac{\mathbf{1}}{\frac{\mathbf{1}}{G_1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{G_2}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{G_3}}}$$

Esercizio:



$$R_{eq} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = 60\ \Omega$$

$$I = \frac{V}{R + R_{eq}} = \frac{160}{64} = 2{,}5\ A$$

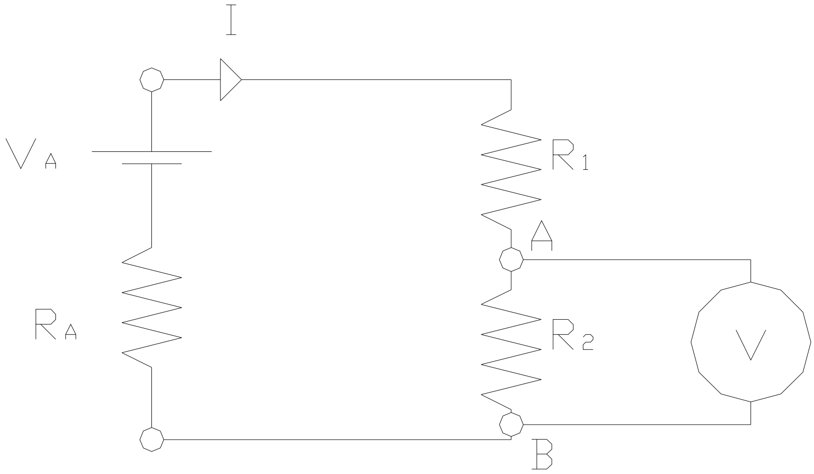
$V_{AB} = R_{eq} \times I = 60 \times 2{,}5 = 150\ V$

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{150}{100} = 1{,}5\ A \qquad I_2 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{150}{150} = 1\ A$$

Per controllo si fa : $\mathbf{I_1 + I_2 = I = 2{,}5\ A}$

N.B.: I_1 è dato dal rapporto di V_{AB} e la sua resistenza e $V_{AB} \neq V$ perché c'è la resistenza R_1 che produce c.d.t., difatti $V = V_{R1} + V_{AB} = R_1 \times I + V_{AB}$.

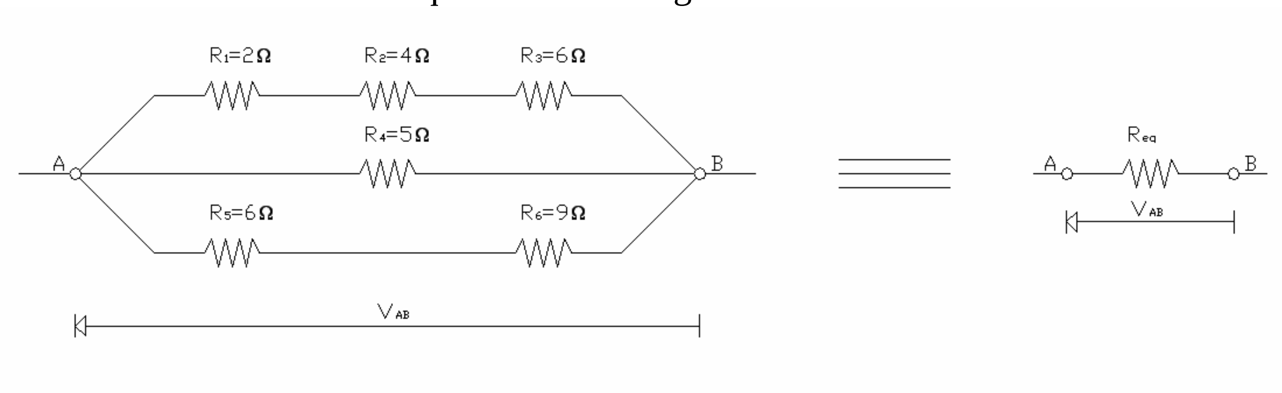
Non ultimo si può dimostrare con l'esercizio che **" se aumento gli elementi in parallelo diminuisco il valore della R_{eq} e pertanto aumenta la corrente "**.



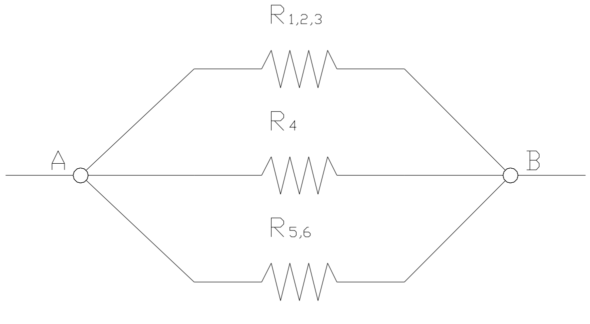
Se inserisco un voltmetro fra A e B avrò un parallelo fra R_2 e la R del voltmetro pertanto fra A e B la resistenza sarà diminuita e quindi misurerò una tensione inferiore a quella presente fra gli stessi punti in assenza dello strumento.
Perché ciò avvenga in misura molto ridotta occorre che R_v sia molto maggiore della R equivalente che si manifesta ai capi del tronco fra gli estremi del quale viene inserito lo strumento. **Un voltmetro ideale avrà quindi resistenza infinita.**

Esercizio :

Determinare la Resistenza equivalente del seguente circuito :



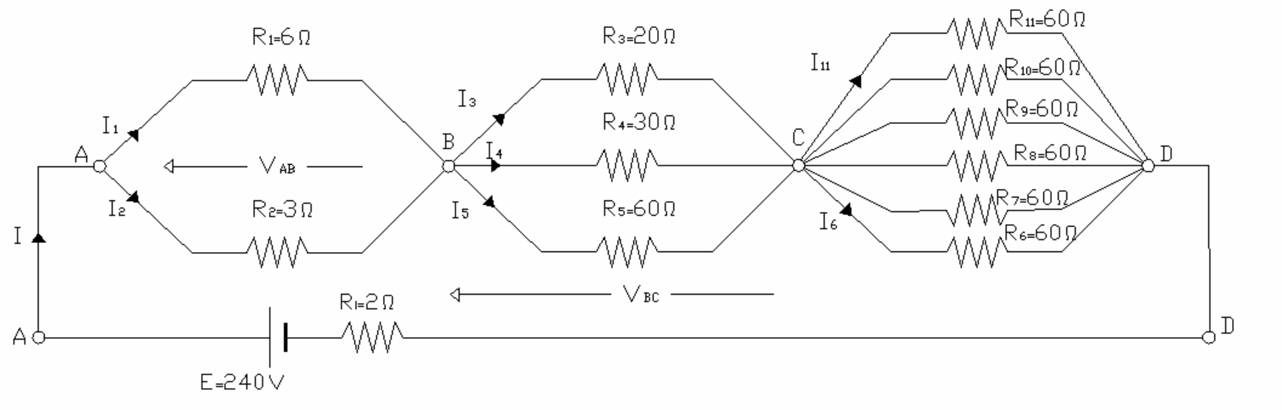
$R_{1,2,3} = R_1 + R_2 + R_3 = 12\ \Omega \quad R_{5,6} = 15\ \Omega$



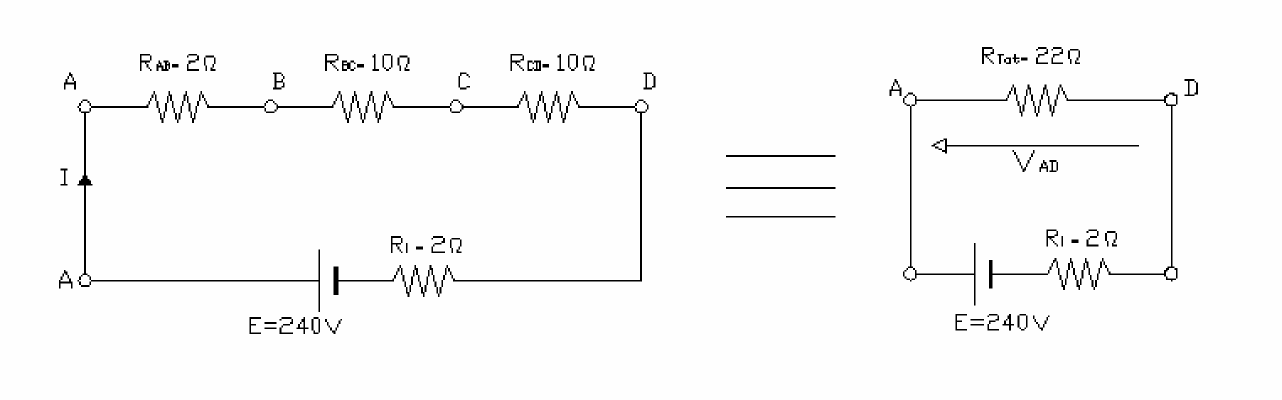
$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}} = 2{,}857\ \Omega$$

Esercizio :

Dato il circuito di figura,determinare
1. La corrente totale I
2. Le singole correnti I_1 , I_2 ; I_3 ; I_4 ; I_5 ; I_6
3: La c.d.t. del generatore
4.V_{AB} ? V_{AD} ? V_{CD} ?
5. Verificare che $V_{AD} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD}$



$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2\ \Omega$ $\qquad$ $R_{BC} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = 10\ \Omega$ $\qquad$ $R_{CD} = \frac{R}{n} = \frac{60}{6} = 10\ \Omega$

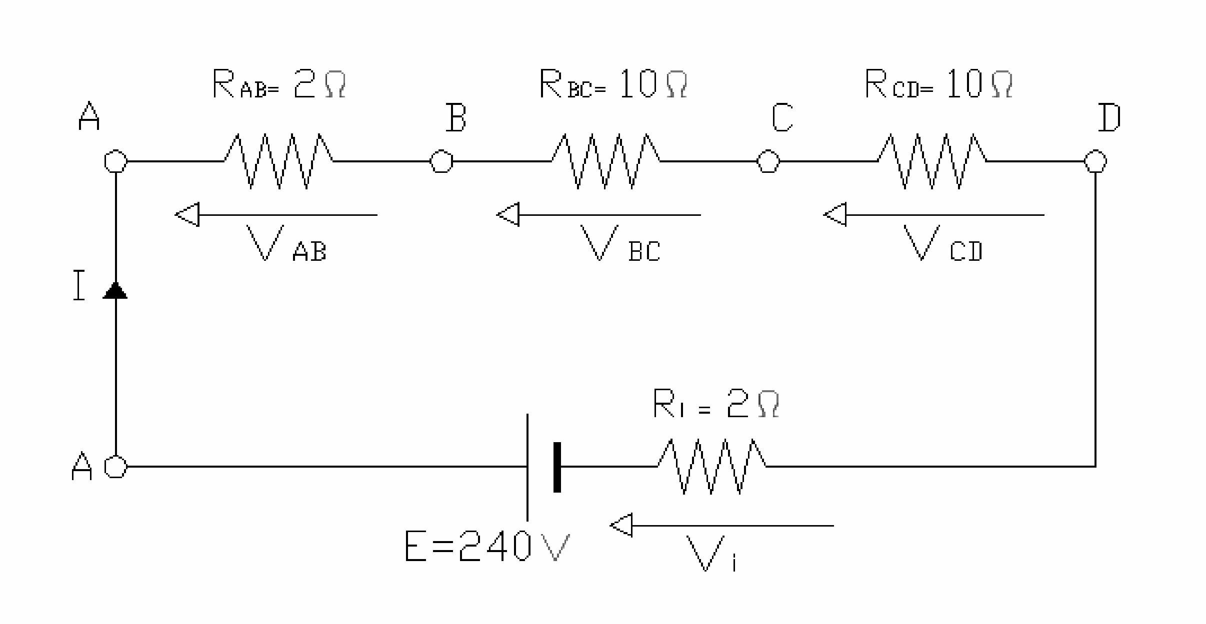


$R_{eq} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} = 22\ \Omega$

$240 = R_i I + R_{eq} I \rightarrow\ I = 240 / 24 = 10$ A oppure

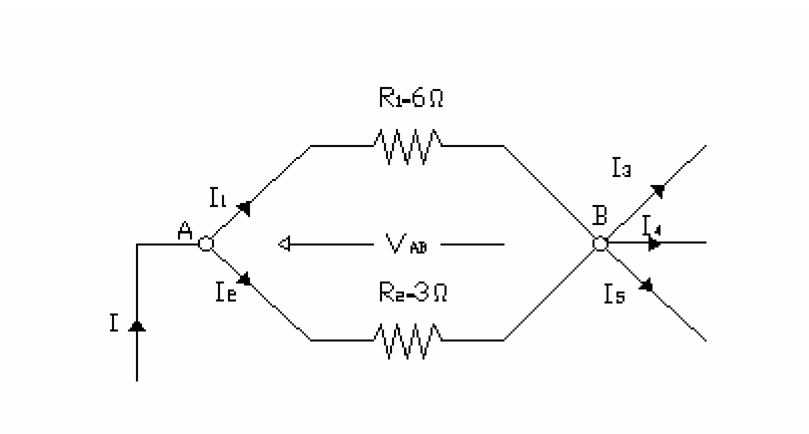
$R_t = R_{eq} + R_i \rightarrow I = E / R_t = 10$ A

A tal punto si ritorna al circuito semplificato inserendo il risultato trovato e si determinano le singole tensioni :



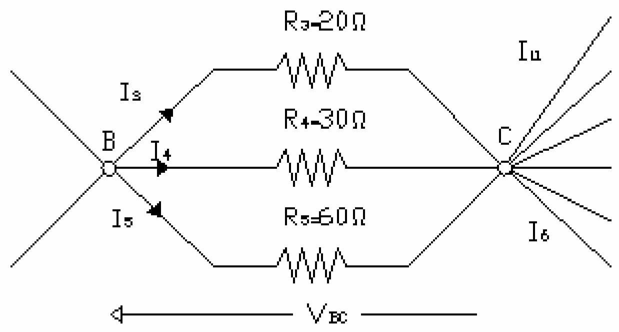
$V_{AB} = R_{AB}\ I = 2 \times 10 = 20$ V
$V_{BC} = R_{BC}\ I = 10 \times 10 = 100$ V $E = 240 = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_i$!!!
$V_{CD} = R_{CD}\ I = 10 \times 10 = 100$ V
$Vi = R_i\ I = 2 \times 10 = 20$ V $V_{AD} = E - R_i \times I = 240 - 20 = 220$ V

Per determinare ora le singole correnti bisogna ritornare al circuito iniziale inserendo i valori trovati delle tensioni :



$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{20}{6} = 3{,}33 \text{ A} \qquad I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{20}{3} = 6{,}66 \text{ A}$$

Oppure $I_2 = I - I_1 = 10 - 3{,}33 = 6{,}66$ A (Kirchhoff al nodo A !!!)



$$I_3 = \frac{V_{BC}}{R_3} = \frac{100}{20} = 5{,}00\ A \qquad I_4 = \frac{V_{BC}}{R_4} = 3{,}33\ A$$

$$I_5 = \frac{V_{BC}}{R_5} = 1{,}66\ A \qquad I_6 = \frac{V_{CD}}{R_6} = 1{,}66\ A$$

Oppure $I_6 = I / n = 10 / 6 = 1{,}66$ A
