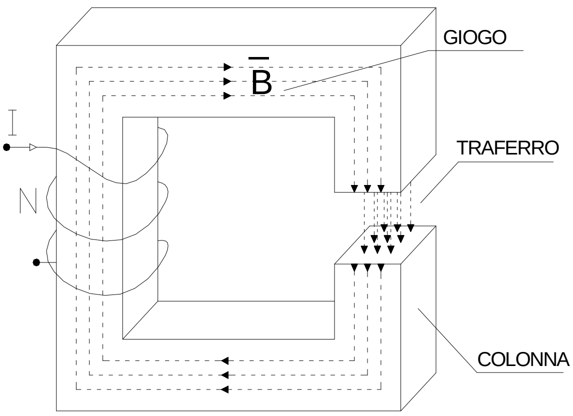
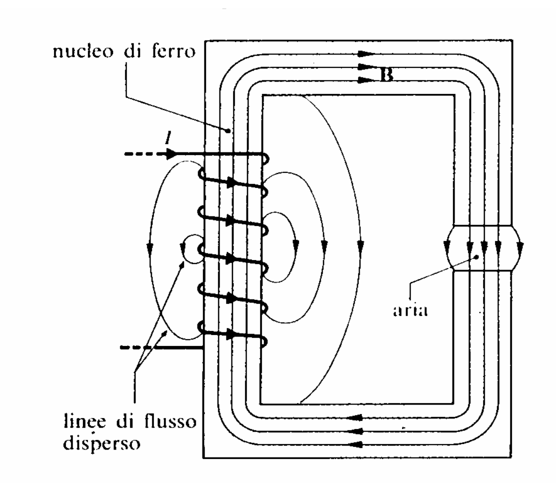
CIRCUITI MAGNETICI

Si definisce circuito magnetico un certo sviluppo di linee di induzione tale da svolgersi prevalentemente entro materiali ferromagnetici cioè con alta permeabilità. Le linee di induzione per esempio dovute ad un circuito elettrico risulteranno allora in buona parte confinate entro il circuito magnetico stesso.
Ad esempio :



In tal caso le linee di flusso sono obbligate a seguire un percorso determinato dalla forma del nucleo magnetico (il nucleo magnetico può presentare anche dei tratti in aria chiamati ***TRAFERRI***), così come una corrente elettrica (flusso di elettroni) deve seguire l'andamento del circuito elettrico.

Da tale analogia segue il nome di circuito magnetico.
In realtà però il circuito magnetico non è rigorosamente un tubo di flusso come invece lo è un buon circuito elettrico e ciò perché alcune linee di induzione (poche) fuoriescono dal nucleo (come appare in figura) per chiudersi nel mezzo circostante.

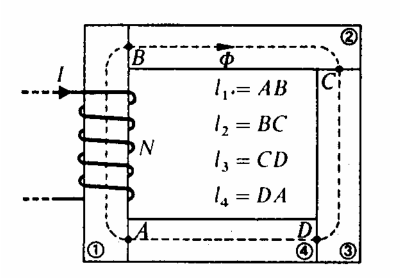


L'insieme di tali linee prende il nome di ***FLUSSO DISPERSO***. La ragione per cui in un circuito elettrico tutto il flusso delle cariche (corrente) è contenuto entro il circuito deriva dal fatto che ha un elevato grado di isolamento rispetto al mezzo circostante, cosa che non si ha in un circuito magnetico per la non elevata differenza fra i valori della permeabilità del circuito e del mezzo circostante.

Le dispersioni saranno tanto minori quanto più il circuito avrà alta la sua permeabilità rispetto al mezzo circostante .

LEGGI DEI CIRCUITI MAGNETICI

Abbiamo detto che un circuito magnetico serve per creare un percorso chiuso e di facile attraversamento per le linee di induzione che sono dovute in genere ad un circuito elettrico di solito costituito da un certo numero di spire che si concatenano con le linee di induzione stesse. Cerchiamo come sono legati tra loro i parametri geometrici e quelli del materiale caratterizzante il circuito magnetico al relativo flusso e ai parametri del circuito elettrico. A tal fine è necessario porre **L'IPOTESI** che il circuito magnetico dato , pur potendo essere costituito da materiali con permeabilità differente, costituisca un unico tubo di flusso cioè **NON VI SIANO FLUSSI DISPERSI**.
Analizziamo quindi il seguente circuito magnetico costituito da quattro tronchi rettilinei ciascuno con sezione e permeabilità costante.



Si indichi con l_1 S_1 μ_1 rispettivamente lunghezza, sezione retta e permeabilità magnetica assorbita dal primo tronco e analogamente per gli altri tronchi.

Si indichi con Φ il flusso di induzione interessante il circuito magnetico. Si otterrà che: $B_1 = \Phi/S_1$ $B_2 = \Phi/S_2$ $B_3 = \Phi/S_3$ dove le B sono le rispettive induzioni assunte dal materiale nei vari tronchi.
D'altra parte :
$B_1 = \mu_1 H_1$ $B_2 = \mu_2 H_2$ $B_3 = \mu_3 H_3$ $B_4 = \mu_4 H_4$ per cui

$$H_1 = \frac{\Phi}{\mu_1 S_1} \qquad H_2 = \frac{\Phi}{\mu_2 S_2} \qquad H_3 = \frac{\Phi}{\mu_3 S_3} \qquad H_4 = \frac{\Phi}{\mu_4 S_4}$$

ora, moltiplicando ambo i membri di ciascun termine per la lunghezza del rispettivo tronco trovo :

$$H_1 l_1 = \frac{\Phi\, l_1}{\mu_1 S_1} \qquad H_2 l_2 = \frac{\Phi\, l_2}{\mu_2 S_2} \qquad H_3 l_3 = \frac{\Phi\, l_3}{\mu_3 S_3} \qquad H_4 l_4 = \frac{\Phi\, l_4}{\mu_4 S_4}$$

e sommando membro a membro tutte le espressioni :

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 = \left(\frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \frac{l_3}{\mu_3 S_3} + \frac{l_4}{\mu_4 S_4}\right)\Phi$$

La somma dei termini **H l** prende il nome di **Tensione Magnetica** totale ed è evidentemente uguale alla **f.m.m. N I**.
Osserviamo ora che il concetto di tensione magnetica vale anche quando la linea di forza magnetica si sviluppa sia in un mezzo omogeneo con permeabilità magnetica diversa da quella del vuoto sia in un mezzo eterogeneo come il nostro. Quindi la somma dei termini del tipo **H l** estesa ad una linea chiusa rappresenta sempre la tensione magnetica totale agente su quella linea e quindi tale somma corrisponde alle amperspire del circuito elettrico concatenato con quella linea. Pertanto :

$$N\,I = \left(\frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \frac{l_3}{\mu_3 S_3} + \frac{l_4}{\mu_4 S_4} \right) \Phi$$ con N il numero di spire dell'avvolgimento. I termini del tipo **l/μ S** fanno ricordare quelli del tipo **ρ l / S** o meglio **l / γ S** dei circuiti elettrici e per tale motivo vengono chiamati ***Resistenza Magnetica*** o ***Riluttanza*** **($\Re$)** nel tronco considerato e si misura in Henry $^{-1}$. L'inverso si chiama ***Permeanza*** pertanto:

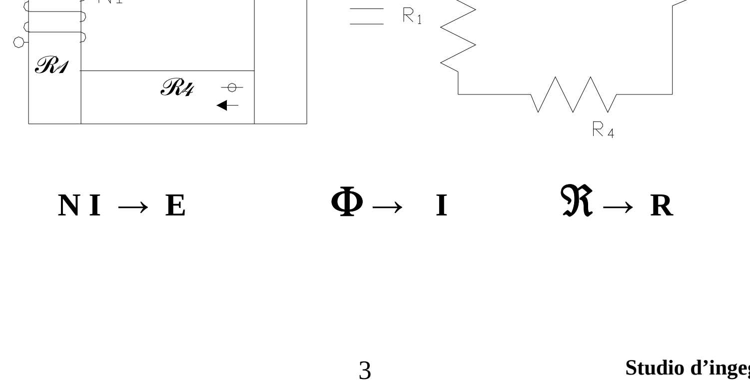
$$\Re_1 = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} \quad ; \quad \Re_2 = \frac{l_2}{\mu_2 S_2}.$$ per cui :

$$\mathbf{N\,I = (\Re_1 + \Re_2 + \Re_3 + \ldots\ldots) \, \Phi}$$

e detta ***riluttanza totale*** la somma $\Re_t = \Re_1 + \Re_2 + \ldots$ si ha

$$\mathbf{N\,I = \Re t\,\Phi = \Phi\,\Sigma\,\Re}$$

che è la **LEGGE DI HOPKINSON** o legge di Ohm magnetica. Tale formula è la base per il calcolo dei circuiti magnetici costituiti da più tronchi in serie tali da realizzare un unico circuito. Quando i tronchi sono in parallelo o in serie-parallelo allora si ricorre a metodi analoghi a quelli visti. In base alla legge di Hopkinson si può affermare che per i circuiti magnetici la f.m.m. rappresenta ciò che la f.e.m. rappresenta per i circuiti elettrici e che il flusso magnetico e la riluttanza corrispondono alla corrente e alla resistenza elettrica di un circuito elettrico.

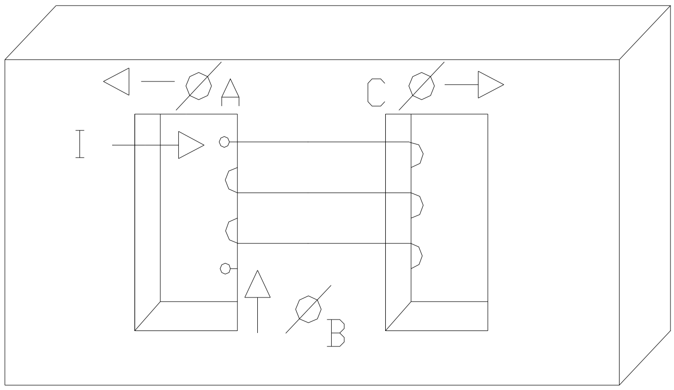


N I → E $\quad$ **Φ → I** $\quad$ **$\Re$ → R**

A conclusione di ciò si deduce che per i circuiti magnetici complessi valgono principi analoghi a quelli di Kirchhoff e precisamente:

PRIMO PRINCIPIO : Per ciascuna porzione di spazio, ove convergono e divergono più flussi magnetici, vale la condizione per cui la somma dei flussi entranti è uguale alla somma dei flussi uscenti con positivi gli entranti e questo è il primo principio:

$\boldsymbol{\Sigma\, \Phi = 0}$. Per il seguente caso :



$$- \Phi_A + \Phi_B - \Phi_C = 0$$

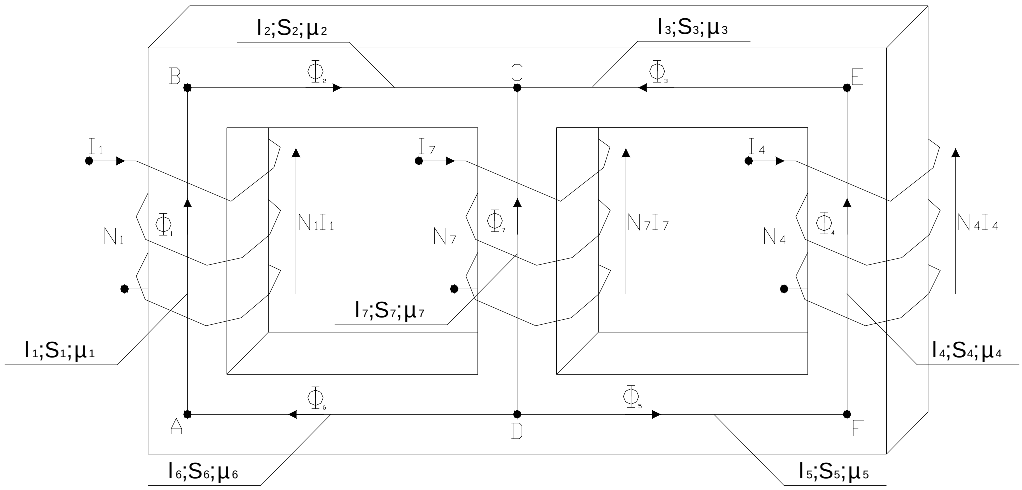
SECONDO PRINCIPIO : Per ciascun circuito chiuso soggetto a più **f.m.m.** la somma algebrica di queste (ΣNI) equilibrerà tutte le cadute di tensioni magnetiche ($\Re\Phi$) dei vari tronchi costituenti il circuito chiuso (eventualmente con i traferri) cioè il secondo principio si scrive

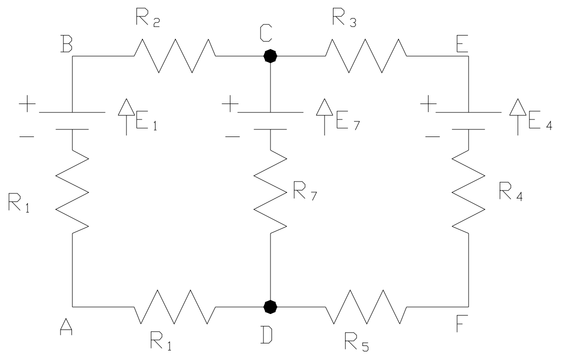
$$\boldsymbol{\Sigma\, N\, I = \Sigma\, \Re\, \phi.}$$

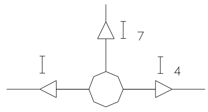
Esempio : per il tronco ABCDA posso scrivere :

$$N_1 I_1 - N_7 I_7 = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} \Phi_1 + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} \Phi_1 - \frac{l_7}{\mu_7 S_7} \Phi_7 + \frac{l_6}{\mu_6 S_6} \Phi_1 \qquad \text{con}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_6 \text{ e } \quad \Phi_3 = \Phi_4 = \Phi_5$$





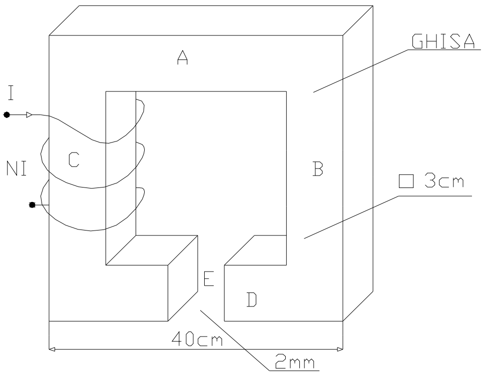


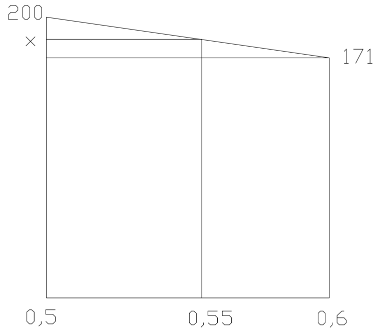
Si ricordi che per poter scrivere tale relazione occorre stabilire un verso di percorrenza nel circuito e conoscere i versi dei flussi magnetici ed i segni da assegnare alle f.m.m. Qualora i versi dei vari flussi non siano noti questi sono posti arbitrariamente; risulteranno positive quelle f.m.m. le cui azioni sono concordi col verso di percorrenza stabilito, negative le altre.
Ricordiamo infine che la legge di Hopkinson ed i principi di Kirchhoff magnetici sono sufficienti a risolvere problemi inerenti ai casi più complessi.

Esercizio :
Determinare la f. m.m. con il metodo delle Riluttanze e fare la verifica con il metodo della c.d.t. magnetica.

Dati: $\Phi = 0{,}5$ mWb $S_{tr} = S + 10\%$.

B	0,5	0,6	0,7
μ_r	200	171	110





B = $\frac{\phi}{S} = \frac{0{,}5x10^{-3}Wb}{9x10^{-4}m^2} = \frac{5Wb}{9m^2}$ = 0,55 $\frac{Wb}{m^2}$ = Tesla

0,1:29 = 0,05:x ➔ x = $\frac{29x0{,}05}{0{,}1}$ = 14,5 ➔ μ_r = 171 + 14,5 = 185,5

$\Re_A = \frac{l}{\mu_r \mu_0 S} = \frac{37cm}{1{,}256x10^{-6}\frac{H}{m}x185{,}5x9cm^2} =$

$\frac{37}{1{,}256x10^{-6}\frac{H}{m}x185{,}5x9x10^{-2}m} = \frac{37}{2{,}096x10^{-5}}$ = 17,64 x 10^5 H^{-1}

$\Re_D = \frac{36{,}8}{2{,}096x10^{-5}}$ = 17,55 x 10^5 H^{-1}

$\Re_E = \frac{0{,}2}{1{,}256x10^{-6}x9{,}9x10^{-2}} = \frac{0{,}2}{12{,}43x10^{-8}}$ = 16.09 x 10^5 H^{-1}

$\Re_T$ = $(17{,}64+17{,}64+17{,}64+17{,}55+16{,}09)x10^5H^{-1}$ =86,56 x 10^5 H^{-1}

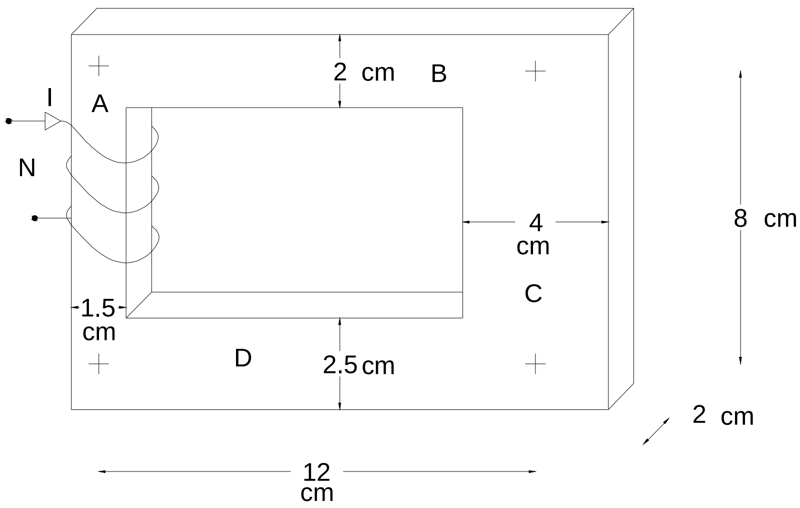
N x I = Φ x $\Re$ = 0,5 x 10^{-3} $\frac{Wb}{m^2}$ x 86,56 x 10^5 H^{-1} = 4328 Asp.

Risolvere ora con il metodo delle tensioni magnetiche : N x I =H x l

---

Esercizio :

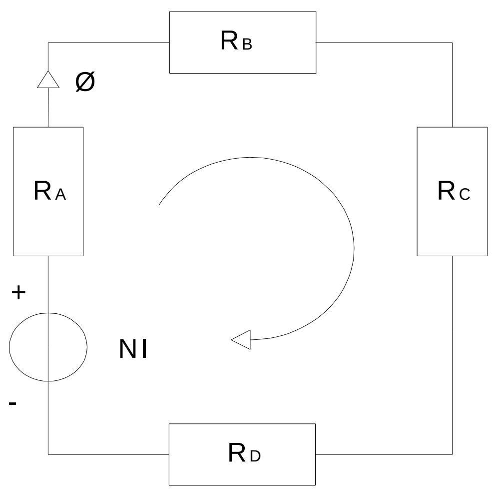
Si trovi il valore dell'induzione magnetica nei quattro tronchi quando le 3000 spire sono percorse da una corrente di 50 mA e nell'ipotesi che la permeabilità relativa sia costante e pari a 1000.



Per determinare il flusso magnetico si ricorre alla legge di Hopkinson

$$N \times I = \Phi \times \Re$$

Si determinano ora le riluttanze dei vari tronchi:



$$\Re_A = \frac{l_A}{\mu_r \mu_0 S_A} = \frac{8x10^{-2}}{1{,}256x10^{-3}x3x10^{-4}} = 212 \text{ x } 10^3 \text{ H}^{-1}$$

$\Re_B = \frac{l_B}{\mu S_B} = \frac{12x10^{-2}}{1{,}256x10^{-3}x4x10^{-4}}$ = 239 x 10^3 H^{-1}

$\Re_C = \frac{l_C}{\mu S_C} = \frac{8x10^{-2}}{1{,}256x10^{-3}x8x10^{-4}}$ = 79,6 x 10^3 H^{-1}

$\Re_D = \frac{l_D}{\mu S_D} = \frac{12x10^{-2}}{1{,}256x10^{-3}x5x10^{-4}}$ = 191 x 10^3 H^{-1}

$\Phi = \frac{NI}{\Re_A + \Re_B + \Re_C + \Re_D} = \frac{3000x50x10^{-3}}{(212+239+79{,}6+191)10^3}$ = 0,207 x 10^{-3} Wb

Noto il flusso Φ si può trovare l' induzione magnetica nei vari tronchi :

$B_A = \frac{\phi}{S_A} = \frac{0{,}207x10^{-3}}{3x10^{-4}}$ = 0,690 Tesla ($\frac{Wb}{m^2}$)

$B_B = \frac{\phi}{S_B} = \frac{0{,}207x10^{-3}}{4x10^{-4}}$ = 0,518 Tesla ($\frac{Wb}{m^2}$)

$B_C = \frac{\phi}{S_C} = \frac{0{,}207x10^{-3}}{8x10^{-4}}$ = 0,259 Tesla ($\frac{Wb}{m^2}$)

$B_D = \frac{\phi}{S_D} = \frac{0{,}207x10^{-3}}{5x10^{-4}}$ = 0,414 Tesla ($\frac{Wb}{m^2}$)
