

## INSERZIONE ARON MISURA DI POTENZA ATTIVA

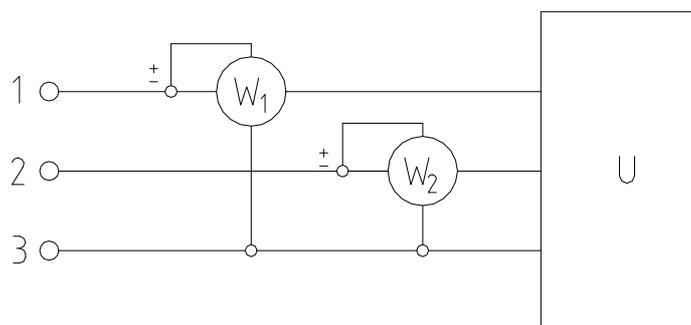
Abbiamo già visto che in un sistema trifase ( a tre fili ) la potenza attiva si può esprimere con :

$$P = V_{10} I_1 \cos \hat{V}_{10} I_1 + V_{20} I_2 \cos \hat{V}_{20} I_2 + V_{30} I_3 \cos \hat{V}_{30} I_3$$

Dove 0 è un punto elettrico qualsiasi .

Se 0 lo assumo su un filo di linea, ad esempio il filo 3, dalla somma al secondo membro della precedente equazione scompare l' ultimo addendo poiché :  $V_{30} = V_{33} = 0$  quindi :

$$P = \underbrace{V_{13} I_1 \cos \hat{V}_{13} I_1}_{W_1} + \underbrace{V_{23} I_2 \cos \hat{V}_{23} I_2}_{W_2}$$



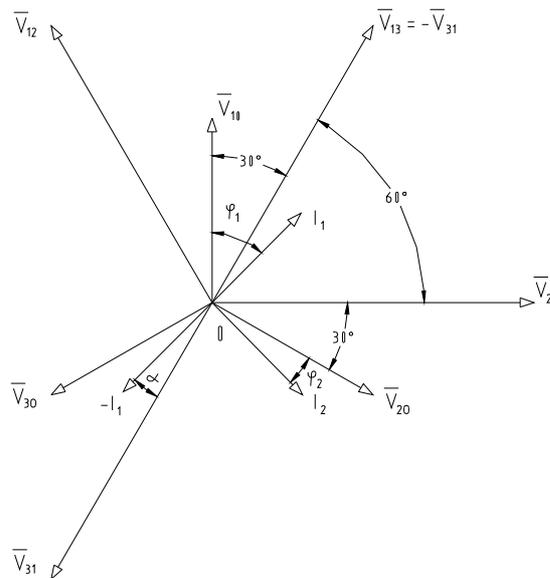
Allora in qualunque sistema equilibrato o squilibrato si può misurare la potenza attiva con 2 soli wattmetri e questo tipo di misura prende il nome di inserzione Aron( vedi figura).

Si ricordi che un wattmetro segna la potenza data dal prodotto della tensione ai capi della bobina voltmetrica, della corrente che circola nell' amperometrica e del coseno dell' angolo compreso fra i suddetti vettori.

Per ricordare questa inserzione si tenga presente che i due wattmetri hanno le bobine amperometriche inserite su due fili di linea qualunque e le bobine voltmetriche hanno il morsetto +/- collegato al filo su cui è posta la bobina amperometrica e l' altro morsetto al filo libero da bobine amperometriche .

Ai fini di un esatta inserzione dei fili si tenga presente quanto segue :

- a) => La potenza segnata da un wattmetro **può essere negativa** anche se l' inserzione è esatta. Non possono essere entrambe negative in quanto la potenza complessiva è positiva pertanto le indicazioni dei due wattmetri **vanno sommate algebricamente** (come dimostreremo).
- b) => Le bobine amperometriche devono essere inserite in modo che l' **energia entri dal morsetto contrassegnato con  $\pm$**  . In caso contrario il senso della corrente amperometrica risulta invertito, mentre il verso della corrente voltmetrica rimane invariato, pertanto lo strumento da indicazioni di **segno contrario al vero**. Infatti se invertiamo la corrente nell' amperometrica del primo wattmetro la sua indicazione diventerà:



$$P'_{13} = V_{13}I_1\cos V_{13}^{\wedge}(-I_1) = V_{13}I_1\cos (180^\circ - \alpha) = - V_{13}I_1 \cos\alpha = - P_{13}$$

- c) => Per effettuare l' inserzione correttamente, **non occorre conoscere la sequenza delle fasi**: scelti due fili a caso , vi si inseriscono le amperometriche dei wattmetri mentre si derivano le voltmetriche fra i primi due fili e il terzo.
- d) => Non interessa il tipo di collegamento delle fasi del carico.
- e) => E' indispensabile inserire uno o più amperometri per controllare che i wattmetri non siano sovraccaricati e anche voltmetri se non si conosce a priori la tensione concatenata.

E' ovvio che se **il carico è equilibrato** basta un voltmetro e un amperometro; per attenuare il lieve squilibrio introdotto inserendo gli strumenti si può inserire l' amperometro sul filo libero e derivare il voltmetro tra le due fasi non interessate dalle bobine voltmetriche dei wattmetri.

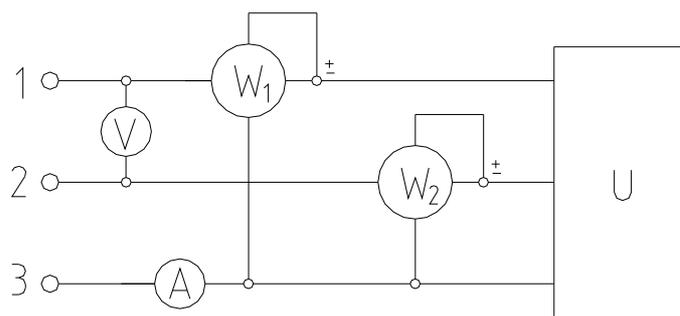


Figura 1

Se il carico è squilibrato occorrono tre amperometri mentre in generale basta un voltmetro perché le disimmetrie sono rare .

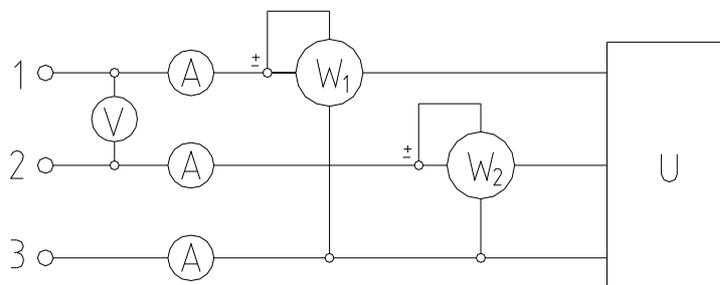


Figura 2

Da notare che comunque siano inseriti i wattmetri (cioè indipendentemente dal fatto che le voltmetriche siano a monte fig.2 o a valle fig.1) gli amperometri e i voltmetri devono essere sempre **a monte** nel caso che interessi la potenza utilizzata e **a valle** nel caso interessi la potenza generata per non introdurre errori sistematici dovuti al loro autoconsumo.

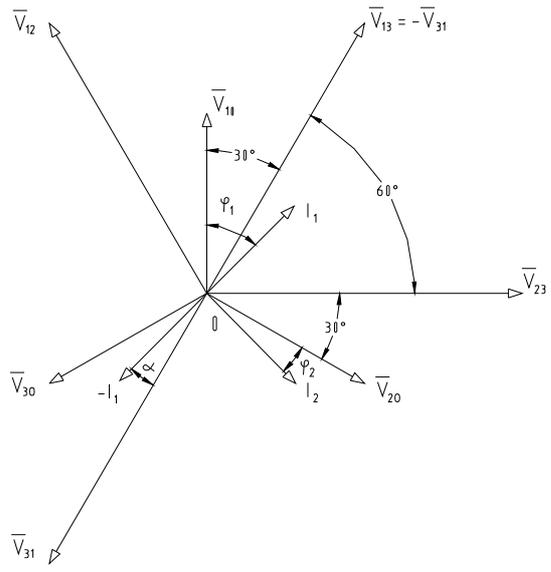
**RICHIAMO** => si definisce autoconsumo di un amperometro il prodotto della resistenza interna  $R_A$  per il quadrato della corrente indicata dall' amperometro cioè, in definitiva, la potenza dissipata in calore per effetto Joule nel circuito interno dell' 'amperometro :

$$P_A = R_A I^2$$

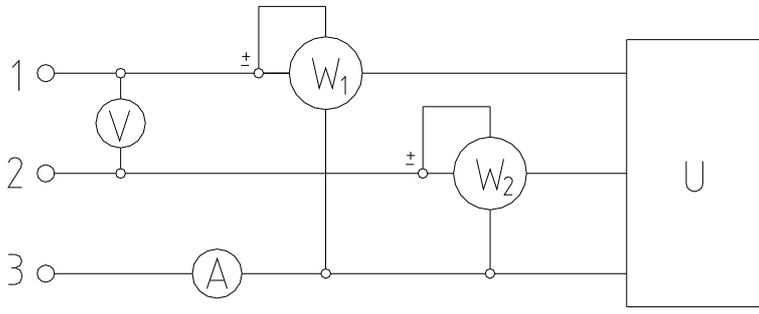
Si definisce autoconsumo del voltmetro la potenza dissipata nello strumento quando è sottoposto alla tensione nominale  $P_V = V_n^2 / R_V$ .

Si definisce autoconsumo del Wattmetro l'autoconsumo delle rispettive bobine amperometriche e voltmetriche. L'autoconsumo del wattmetro pertanto è (come già visto parlando dei wattmetri elettrodinamici) legato allo schema di inserzione del wattmetro stesso (circuito voltmetrico derivato a monte o a valle della bobina amperometrica).

Le potenze misurate dai due wattmetri in inserzione Aron, si possono esprimere in funzione delle correnti di linea, delle tensioni concatenate e degli angoli di sfasamento fra le tensioni stellate e le correnti di linea:



Le correnti  $I_1$  e  $I_2$  che percorrono le bobine amperometriche dei wattmetri sono sfasate rispetto alle tensioni stellate  $V_{10}$  ed  $V_{20}$  rispettivamente di  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  ( $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  sono positivi per carichi induttivi e negativi per carichi capacitivi). Le tensioni ai capi delle voltmetriche saranno rispettivamente  $V_{13}$  e  $V_{23}$  sfasate fra loro di  $60^\circ$  (sistema simmetrico).



**N.B.** => Finora l'inserzione Aron si è sempre supposta valida per i carichi equilibrati, ma vale anche per i carichi non equilibrati.

$$W_1 = P_{13} = V_{13} I_1 \cos(\angle V_{13} I_1)$$

$$W_2 = P_{23} = V_{23} I_2 \cos(\angle V_{23} I_2)$$

Osservando la figura si nota che :

$$\angle V_{13} I_1 = (\varphi_1 - 30^\circ)$$

$$\angle V_{23} I_2 = (\varphi_2 + 30^\circ)$$

**Pertanto :**

$$P_{13} = V_{13} I_1 \cos (\varphi_1 - 30^\circ)$$

$$P_{23} = V_{23} I_2 \cos (\varphi_2 + 30^\circ)$$

Per sistemi simmetrici ed equilibrati (  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$  ;  $V_{13} = V_{23} = V$  ;  $I_1 = I_2 = I$  ) tali equazioni diventano

$$P_{13} = VI \cos (\varphi - 30^\circ)$$

$$P_{23} = VI \cos (\varphi + 30^\circ)$$

- a) => Per carichi induttivi, cioè  $\varphi > 0$  il  $W_1$  da indicazioni maggiori del  $W_2$ . Si dice che  $W_1$  è il **wattmetro maggiore** ed è inserito **sul ponte maggiore**, chiamando ponte il circuito voltmetrico fra due fasi. Analogamente si dice che  $W_2$  è il **wattmetro minore** ed è inserito sul **ponte minore**.

Per carichi capacitivi le cose si invertono.

Il wattmetro minore per un inserzione Aron è sempre quello che ha il circuito voltmetrico inserito fra due fasi che si seguono ciclicamente considerando prima la fase collegata all'entrata

e poi la fase collegata all' uscita .

- b) => In base in quanto appena visto , si conclude che è **possibile dedurre la sequenza delle fasi dalle letture dei due wattmetri in Aron, nota la natura induttiva o capacitiva del carico.**

Infatti **se il carico è induttivo**, si considera il wattmetro che da' indicazione minore: indicata con 1 la fase collegata all' entrata del circuito voltmetrico dello strumento, la fase collegata all' uscita dello stesso sarà la fase 2 ; per esclusione la fase restante è la fase 3.

**Se il carico è capacitivo** il wattmetro  $W_2$  diventa il maggiore quindi si considera lo strumento che da' indicazione maggiore e si procede come sopra.

Non è possibile trarre nessuna conclusione **se il carico è ohmico** ( $\varphi = 0$ ) perchè le indicazioni dei due wattmetri sono uguali.

---