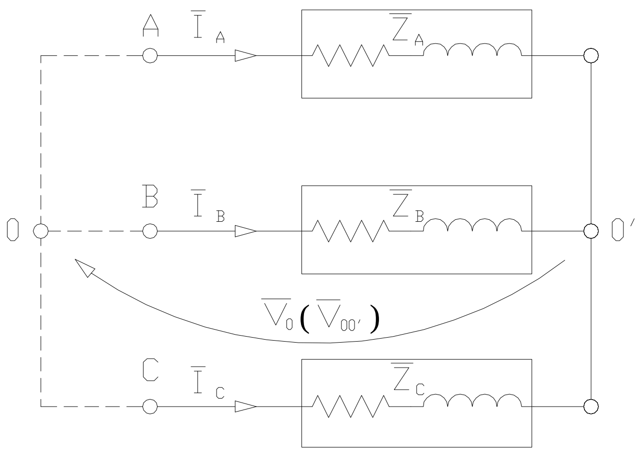
STELLA SQUILIBRATA DI IMPEDENZE CON CENTRO ISOLATO

E' già stato accennato in precedenza che il diagramma vettoriale delle tensioni relative ad una stella squilibrata di impedenze con centro isolato assume una configurazione di questo tipo



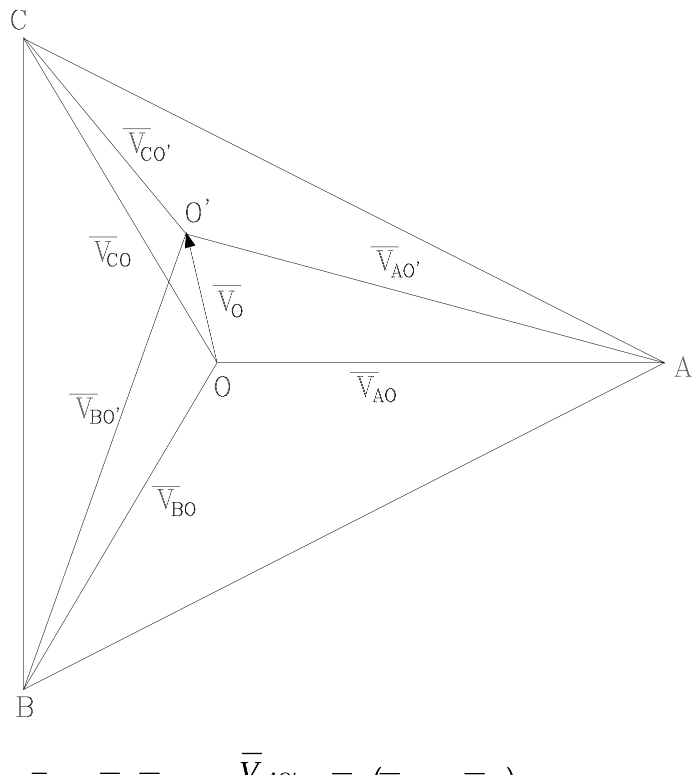
Le tre tensioni stellate risultano cioè diverse tra loro e perciò partono da un centro 0′ più o meno spostato dal baricentro 0 a seconda dell' entità dello squilibrio fra le tre impedenze. Il vettore 00′ rappresenta il **POTENZIALE DEL CENTRO REALE** rispetto al centro ideale 0. Tale potenziale sarà indicato con $\overline{V}_o\,(\overline{V_{oo'}})$ Osservando il diagramma si deduce che :

$$\overline{V}_{AO'} = \overline{V}_{AO} - \overline{V}_O$$

$$\overline{V}_{BO'} = \overline{V}_{BO} - \overline{V}_O$$

$$\overline{V}_{CO'} = \overline{V}_{CO} - \overline{V}_O$$

Indicando con $\overline{Y}_A$ $\overline{Y}_B$ $\overline{Y}_C$ le ammettenze dei tre rami della stella posso determinare le tre correnti mediante le relazioni complesse:



$$\overline{I}_A = \overline{Y}_A\overline{V}_{AO'} = \frac{\overline{V}_{AO'}}{\overline{Z}_A} = \overline{Y}_A\left(\overline{V}_{AO} - \overline{V}_O\right)$$

$$\overline{I}_B = \overline{Y}_B\overline{V}_{BO'} = \overline{Y}_B\left(\overline{V}_{BO} - \overline{V}_O\right)$$

$$\overline{I}_C = \overline{Y}_C\overline{V}_{CO'} = \overline{Y}_C\left(\overline{V}_{CO} - \overline{V}_O\right)$$

N.B. => queste tre correnti devono necessariamente soddisfare il primo principio di Kirchhoff e quindi deve essere :

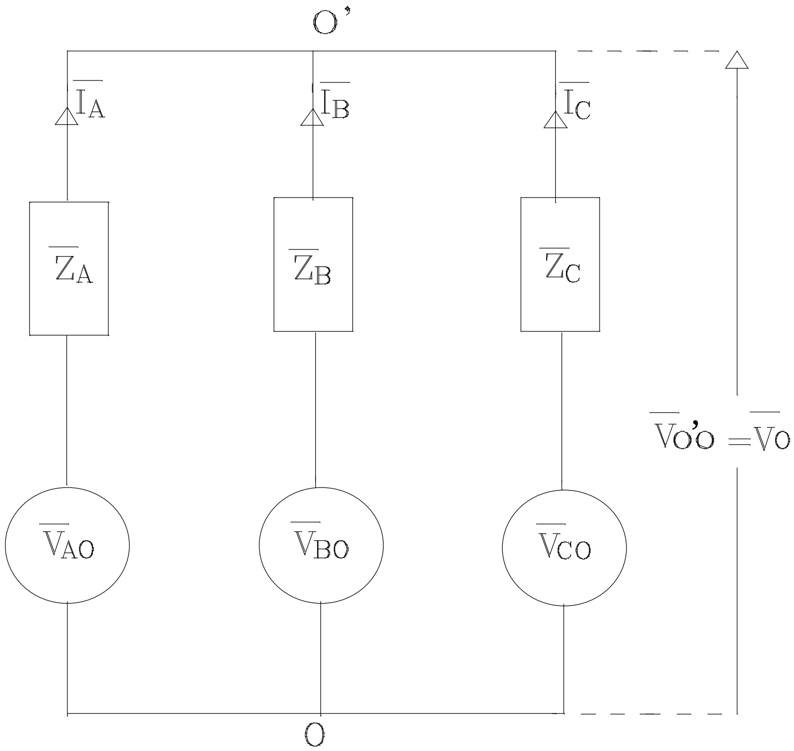
$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C = 0$ e quindi pure

$\overline{Y}_A \cdot \left(\overline{V}_{AO} - \overline{V}_O\right) + \overline{Y}_{\mathbf{B}} \cdot \left(\overline{V}_{BO} - \overline{V}_O\right) + \overline{Y}_C \cdot \left(\overline{V}_{CO} - \overline{V}_O\right) = 0$ per cui,sviluppando e ordinando

$$\overline{V}_O = \frac{\overline{Y}_A \cdot \overline{V}_{AO} + \overline{Y}_B \cdot \overline{V}_{BO} + \overline{Y}_C \cdot \overline{V}_{CO}}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C}$$

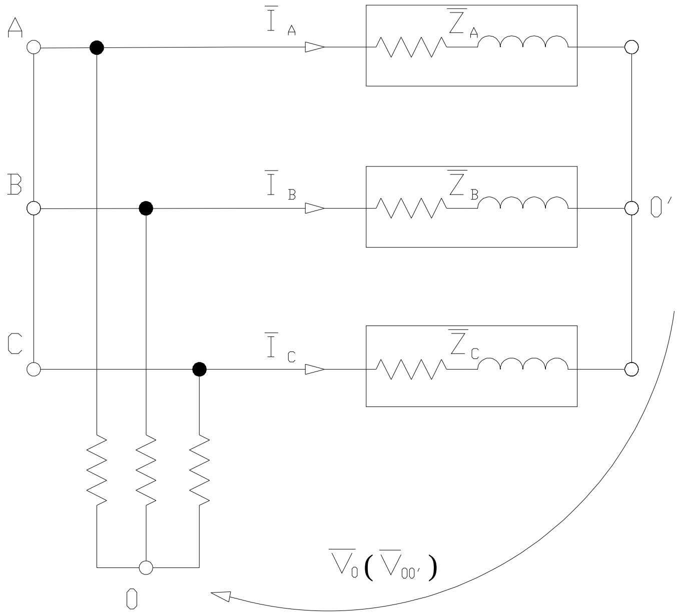
Tale relazione mi permette di calcolare direttamente in termini complessi il vettore $\overline{V}_O$ che mi definisce il potenziale del centro stella 0' rispetto al centro ideale 0 del sistema. Determinato $\overline{V}_O$,mediante le relazioni viste, posso calcolarmi le tre tensioni stellate $\overline{V}_{AO'}$, $\overline{V}_{BO'}$ $\overline{V}_{CO'}$ e le tre correnti $\bar{I}_A$ $\bar{I}_B$ $\bar{I}_C$.

- **OSSERVAZIONI =>** osservando attentamente l' espressione della $\overline{V}_O$ si vede che la si poteva calcolare assai più facilmente con il principio di Millmann applicato al seguente circuito :



Tale circuito e del tutto equivalente al circuito considerato, ma più evidente per tale scopo.
Per l' esecuzione pratica dei calcoli occorre in primo luogo scrivere le espressioni complesse di $\overline{V}_{A0}$ $\overline{V}_{B0}$ $\overline{V}_{C0}$ relative al centro ideale 0.

Se le tre tensioni concatenate sono simmetriche,con valore efficace Vc, le tre tensioni relative al centro ideale hanno tutte valore efficace $V_f = Vc/\sqrt{3}$.



In tal caso oriento il diagramma vettoriale in modo da far coincide- re $\overline{V}_{AO}$ con l'asse reale e pertanto :

$V_C = \sqrt{3} \times V_f$

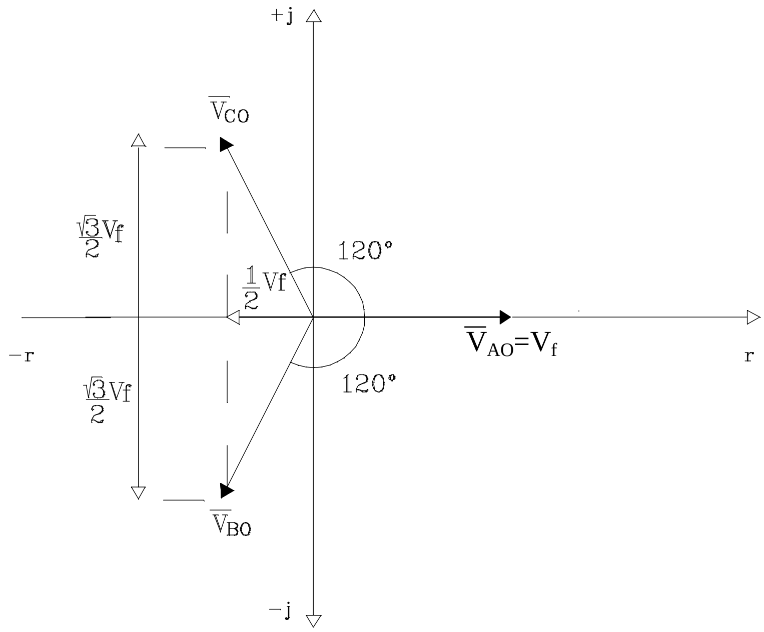
$V_{A0} = V_f$

$V_{B0} = V_f[\cos(-120°) + j\,\mathrm{sen}(-120°)]$

$= V_f(-1/2 - j\sqrt{3}/2)$

$V_{C0} = V_f[\cos(120°) + j\,\mathrm{sen}(120°)]$

$= V_f(-1/2 + j\sqrt{3}/2)$



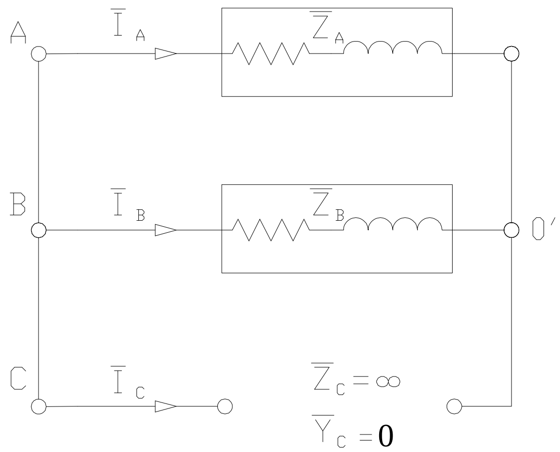
A tal punto si determinano le espressioni complesse delle 3 impedenze o ammettenze ed infine i valori delle due componenti, reale e immaginaria di tutti i vettori incogniti.

- **CASI PARTICOLARI**

- Supponiamo di interrompere un ramo della stella : ad esempio il ramo C:

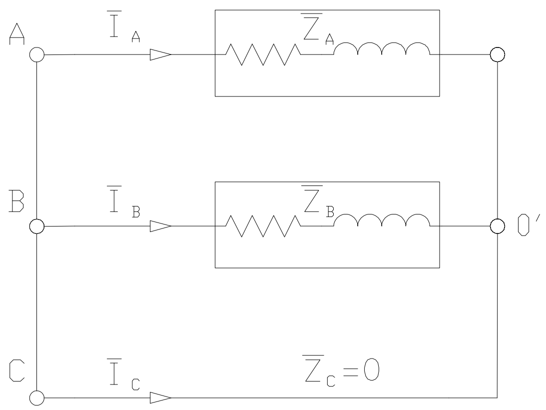
Si avrà $\overline{Y_c} = 0$ perché $\overline{Z_c} = \infty$; ovviamente sarà $\overline{I_c} = 0$

Le altre due correnti sono uguali in valore e direttamente opposte.



Il calcolo pratico si risolve semplicemente considerando le 2 impedenze Z_A e Z_B in serie e soggette alla tensione concatenata $\overline{V_{AB}}$.

- Se un ramo è in cortocircuito $\overline{Z}$ c = 0. Il centro 0 (ora 0') passa evidentemente nel vertice C del triangolo.



In tal caso :

$\overline{V}_{A0'} = \overline{V}_{AC} = -\overline{V}_{CA}$

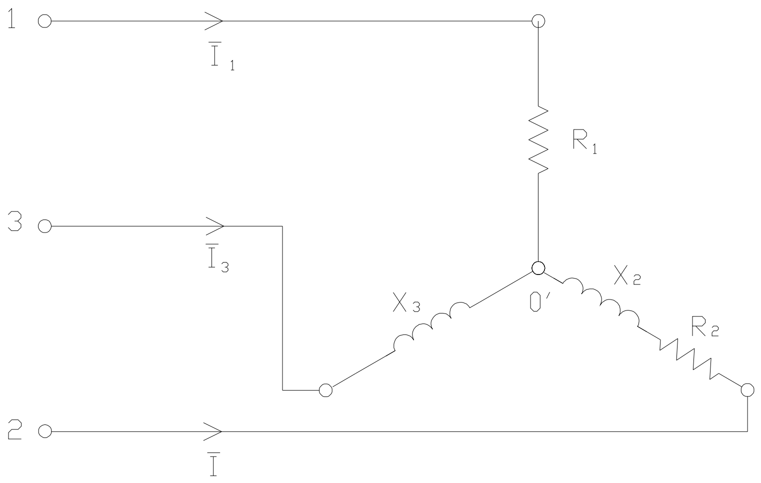
$\overline{V}_{B0'} = \overline{V}_{BC}$ e quindi $\overline{I}_A = \dfrac{\overline{V}_{AC}}{\overline{Z}_A}$ $\overline{I}_B = \dfrac{\overline{V}_{BC}}{\overline{Z}_B}$

La corrente Ic infine è uguale in valore e opposta alla risultante delle altre due:

$\overline{I}_C = -(\overline{I}_A + \overline{I}_B)$

Esercizio applicativo sullo spostamento del centro stella.

Un utilizzatore a stella senza neutro é costituito dalle seguenti impedenze:



$\overline{Z_1}$ = 4 +j 0 $\qquad$ $\overline{Z_2}$ = 3+j 4 $\qquad$ $\overline{Z_3}$ = 0 + j2

Determinare il valore delle correnti quando il sistema è alimentato dalla tensione concatenata di 260 V.

Mancando il neutro, le tre tensioni di fase non costituiscono un sistema simmetrico ma saranno diverse fra loro e diversamente sfasate; occorre quindi trovare il potenziale $\overline{V_o}$ del centro stella reale O' del sistema rispetto al centro ideale O mediante la relazione simbolica (Principio di Millmann):

$$\overline{V_o} = \frac{\overline{Y_1}\,\overline{V_{10}} + \overline{Y_2}\,\overline{V_{20}} + \overline{Y_3}\,\overline{V_{30}}}{\overline{Y_1} + \overline{Y_2} + \overline{Y_3}}$$

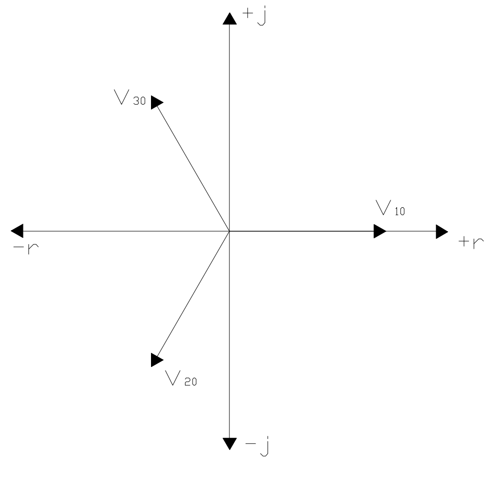
Le tre tensioni di fase $\overline{V_{10}}$,$\overline{V_{20}}$,$\overline{V_{30}}$ relative al centro ideale sono espresse da:

$$V_f = \frac{V_C}{\sqrt{3}} = \frac{260}{\sqrt{3}} = 150 \text{ V}$$

$$\overline{\mathrm{V}_{10}} = \overline{V_f} = 150 + j0$$

$$\overline{\mathrm{V}_{20}} = 150 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -75 - j130$$

$$\overline{V_{30}} = 150 \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -75 + j130$$



Le ammettenze delle tre fasi dell'utilizzatore espresse in forma simbolica sono:

$\overline{Y_1} = \frac{1}{\overline{\overline{Z_1}}} = \frac{1}{4}$ = 0,25 + j0 $\overline{Y_2} = \frac{1}{\overline{\overline{Z_2}}} = \frac{1}{3+j4}$ = 0,12 - j0,16 $\overline{Y_3} = \frac{1}{\overline{\overline{Z_3}}} = \frac{1}{j2}$ = 0 - j0,5

Sostituendo questi numeri complessi nell'espressione di $\overline{V_o}$ si ottiene:

$$\overline{V}_O = \frac{0{,}25x150 + (0{,}12 - j0{,}16)(-75 - j130) + (-j0{,}5)(-75 + j130)}{0{,}25 + 0{,}12 - j0{,}16 - j0{,}5} = 7{,}91 + j\ 105{,}7$$

$\overline{V_O} = \sqrt{(7{,}91)^2 + (j105{,}7)^2}$ = 106 V

Si possono allora trovare le tre tensioni di fase reali $\overline{V_{10'}}$, $\overline{V_{20'}}$, $\overline{V_{30'}}$ relative al centro reale O' dalle seguenti relazioni :

$\overline{V_{10'}} = \overline{V_{10}} - \overline{V_{0'}}$ = (150 +j0) - (7,91 + j 105,7) = 142,09 - j 105,7
$\overline{V_{20'}} = \overline{V_{20}} - \overline{V_{0'}}$ = (-75 -j130) - (7,91 + j105,7) = -82,91 - j235,7
$\overline{V_{30'}} = \overline{V_{30}} - \overline{V_{0'}}$ = (-75 +j130) - (7,91 + j105,7) = -82,91 + j24,3

N.B. queste tensioni sono riferite al centro reale O' !!!

I loro moduli sono:
$V_{10'} = \sqrt{(142{,}09)^2 + (105{,}7)^2}$ = 177,2 V $V_{20'}$ = 249,8 V $V_{30'}$ = 86,4 V

Le correnti nelle tre fasi della stella risultano perciò :

$\overline{I_1} = \overline{Y_1}\ \overline{V_{10'}}$ = 0,25 (142,09 - j105,7) = 35,52 - j26,42
$\overline{I_2} = \overline{Y_2}\ \overline{V_{20'}}$ = (0,12 - j0,16)(- 82,91 - j 235,7) = - 47,66 - j 15,02
$\overline{I_3} = \overline{Y_3}\ \overline{V_{30'}}$ = (-j0,5)(-82,91 + j 24,3) = 12,15 + J41,44
Ovviamente sono applicate in O' e la loro somma vettoriale é uguale a 0.

Infatti si ha :

$\overline{I_1} + \overline{I_2} + \overline{I_3}$ =(35,52 - j26,42) + (-47,66 - j15,02) + (12,15 + j41,44) = 0

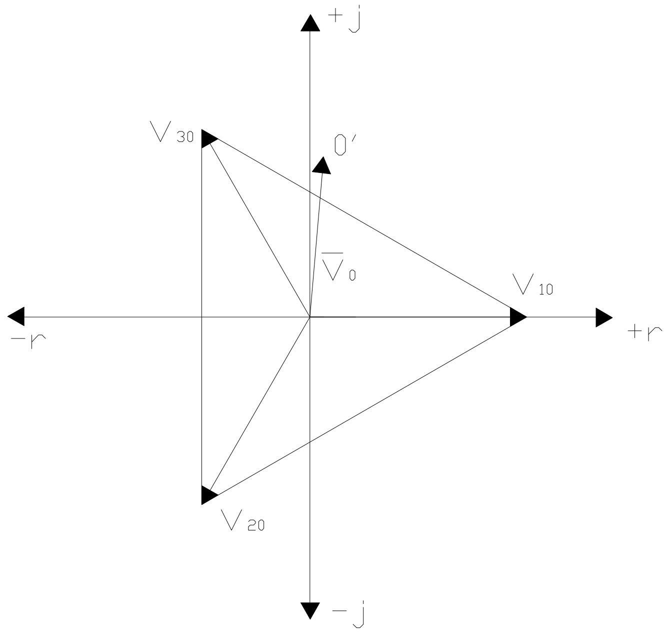
I moduli delle correnti sono:

$I_1 = \sqrt{(35{,}52)^2 + (26{,}42)^2}$ = 44,3 A I_2 = 50 A I_3 = 43,2 A ed i loro sfasamenti sulle tensioni di fase risultano:

$\varphi_1 = 0°$ ($\overline{I_1}$ in fase con $\overline{V_{10'}}$ perché resistenza pura)

$\mathrm{tg}\,\varphi_2 = \dfrac{X_2}{R_2} = \dfrac{4}{3} = 1{,}33 \;\rightarrow\; \varphi_2 = 53°10'$ ($\overline{I_2}$ in ritardo su $\overline{V_{20'}}$)

$\varphi_3 = 90°$ ($\overline{I_3}$ in ritardo di 90° su $\overline{V_{30'}}$ perché induttanza pura)



Come risulta dal diagramma,il centro reale,in questo caso,si sposta fuori dal triangolo delle tensioni concatenate.
