RAPPRESENTAZIONE VETTORIALE

Le grandezze fisiche elettriche variabili nel tempo con legge sinusoidale che si incontreranno nello studio delle correnti alternate, come ad esempio le tensioni e le correnti, non sono grandezze vettoriali: tuttavia esse vengono rappresentate molte volte in modo vettoriale. Come mai ciò può avvenire? Si è visto che i valori istantanei di una grandezza sinusoidale possono essere ottenuti come proiezione su di un asse verticale di un segmento la cui lunghezza è uguale al valore massimo (ampiezza) della grandezza sinusoidale e che ruota con un estremo incernierato nell'origine degli assi nel verso antiorario con velocità angolare costante ω. Nulla toglie però alle conclusioni già viste se quel segmento rotante viene sostituito con un vettore (cioè un segmento orientato), di modulo uguale al valore massimo, pure esso rotante con velocità angolare ω. La medesima cosa dicasi se le grandezze sinusoidali sono più di una: ciascuna di esse risulterà rappresentata da un vettore, rotante con propria velocità angolare nel verso antiorario, che ha un estremo posto punto comune 0 (centro del sistema), ha modulo uguale all'ampiezza della propria sinusoide e che forma con l'asse orizzontale un angolo tale da rappresentare nell'istante t=0 il proprio ***angolo di fase***, come appare in figura A.

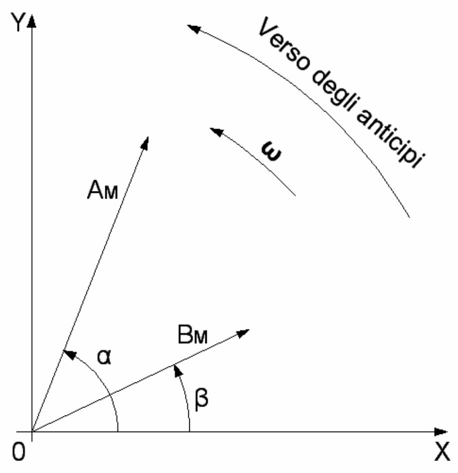


Figura A

È importante osservare ora che, quando le grandezze sinusoidali in gioco sono perfettamente isofrequenziali, i loro vettori rappresentati ruotano tutti nello stesso verso, con la stessa velocità angolare, conservando quindi fra loro le stesse differenze di fase. Poiché dunque le relative posizioni dei diversi vettori che rappresentano le grandezze sinusoidali date sono costanti nel tempo, si può pensare di considerare i suddetti vettori fermi nel piano, in una posizione corrispondente ad un tempo qualsiasi (di solito t=0), **tutte le volte che interessino esclusivamente relazioni di ampiezza e di fase fra le varie grandezze sinusoidali.** Ciò, come si vedrà, torna di grandissima utilità nello studio dei circuiti elettrici in regime sinusoidale.

RAPPRESENTAZIONE SIMBOLICA

Le rappresentazioni trigonometrica e vettoriale delle grandezze sinusoidali permettono la trattazione completa (qualitativa e quantitativa) dei problemi relativi alle correnti alternate. Tuttavia va rilevato che con i metodi analitici la risoluzione numerica dei problemi, salvo qualche caso particolare, è molto lunga e laboriosa; con i metodi grafici vi si introduce invece una notevole imprecisione, dovendo prima tracciare sulla carta, e quindi valutare, lunghezze dei segmenti e aperture di angoli. Si esclude d’altronde il metodo che ricorre alla rappresentazione grafica sinusoidale perché non adatto al calcolo ma solo comodo alla visualizzazione dei relativi fenomeni.

Per poter ovviare agli inconvenienti di cui sopra si è cercato un terzo metodo per rappresentare le grandezze sinusoidali ed in generale le ***grandezze vettoriali***, allo scopo naturalmente di operare poi facilmente su di esse. A ciò risponde molto bene per l’elettrotecnica la cosi detta ***rappresentazione simbolica*** delle grandezze vettoriali: queste grandezze vengono trattate allora come entità algebriche per mezzo di quella parte di matematica che va sotto il nome di studio delle ***grandezze complesse*** (numeri complessi).

È stato così possibile impostare un metodo di risoluzione dei problemi in regime sinusoidale di grande efficacia e relativa semplicità di calcolo.

Questo nuovo metodo toglie però al fenomeno in studio qualsiasi realtà fisica per cui si può determinare, in chi si accinge per la prima volta allo studio delle correnti alternate, qualche interpretazione errata.

VETTORI ED OPERAZIONI CON I VETTORI

Il metodo più rapido per impostare in modo matematico i problemi dell’elettrotecnica è quello fornito dalla “teoria dei vettori”. Prima di definire il concetto di vettore è utile introdurre quello di “segmento orientato”.

Un segmento orientato non nullo AB è un ente geometrico caratterizzato da un “origine” (A), da una “lunghezza” (rapporto del segmento AB ad un’unità di misura prefissata), da una “direzione” (retta su cui agisce il segmento) e da un “verso” (quello da A verso B). Due segmenti orientati si dicono “equipollenti” quando hanno la stessa lunghezza, la stessa direzione e lo stesso verso; i segmenti equipollenti ad un dato segmento AB sono infiniti.

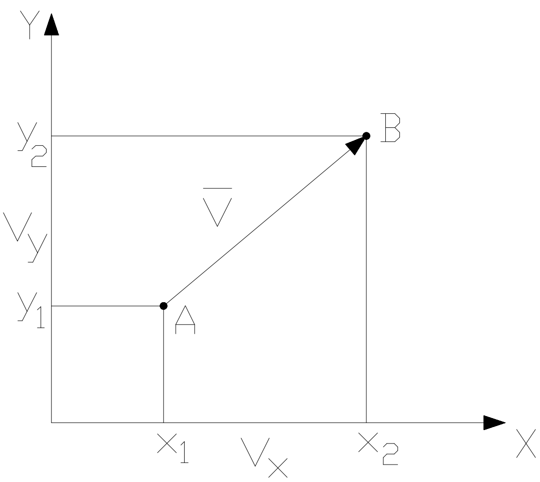
"L'ENTE GEOMETRICO CARATTERIZZATO DALLA LUNGHEZZA,DALLA DIREZIONE E DAL VERSO DI UNO QUALUNQUE DEI SEGMENTI EQUIPOLLENTI AD UN SEGMENTO ORIENTATO AB DICESI ***VETTORE****"*.

Il vettore verrà designato con una lettera maiuscola soprassegnata, ad esempio $\overline{V}$ e la sua lunghezza, detta modulo, con V.

Dicesi **"versore di $\overline{V}$"** il vettore unitario che ha la stessa direzione e lo stesso verso di $\overline{V}$.

Due vettori $\overline{V}$ ed $\overline{I}$ si dicono uguali se hanno uguale lunghezza, uguale direzione ed uguale verso cioè $\overline{V} = \overline{I}$.

Si fissi ora un sistema di assi cartesiani:



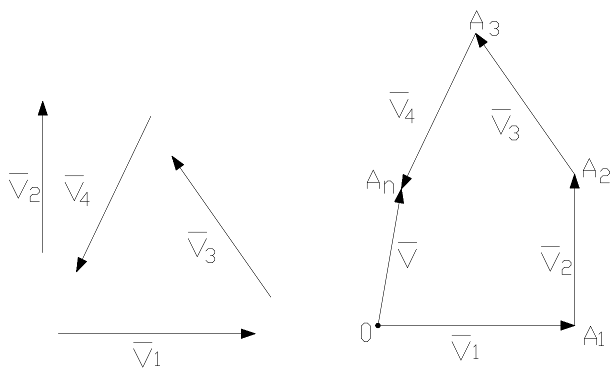
Poiché per individuare un vettore basta assegnare un segmento orientato AB, essendo $A(X_1;Y_1)$ e $B(X_2;Y_2)$ dette V_X e V_Y le componenti di $\overline{V}$ secondo gli assi si ha: $V_X = X_2 - X_1$; $V_Y = Y_2 - Y_1$ ed inoltre:

$V = AB = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$ cioè

$V = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2}$ che esprime il modulo di $\overline{V}$ mediante le sue componenti.

SOMMA DI VETTORI

Dati n vettori $\overline{V_1}, \overline{V_2}, \ldots, \overline{V_n}$ e prefissato un punto qualunque 0, si ponga:

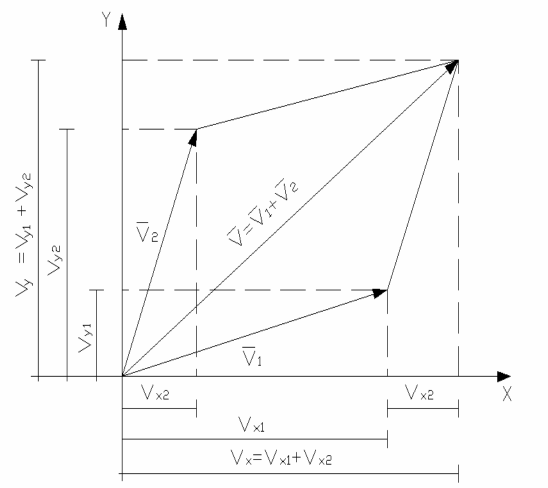


$A_1 = 0 + \overline{V_1}$; $A_2 = A_1 + \overline{V_2}$; $A_n = A_{n-1} + \overline{V_n}$ cioè si costruisca la poligonale $0A_1\ A_2\ \ldots\ A_n$

Il vettore $\overline{V}$ =$A_n - 0$ dicesi ***somma o risultante dei vettori dati*** e si scrive :

$\overline{V} = \overline{V_1} + \overline{V_2} + \ldots + \overline{V_n}$

In particolare " ***la somma di due vettori non paralleli è rappresentata dalla diagonale del parallelogramma che ha come due lati consecutivi i due vettori dati applicati ad un punto 0 "***.



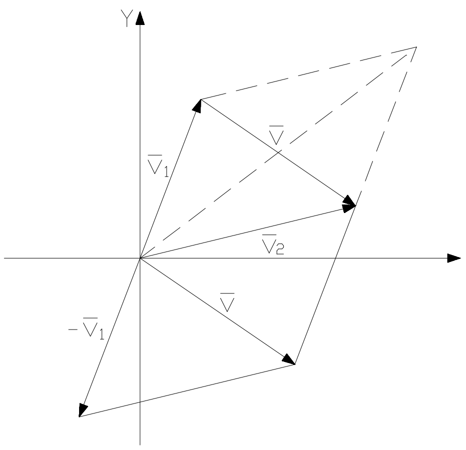
È facile verificare che la somma di 2 o più vettori ha come componenti la somma delle componenti omonime dei due vettori considerati.

PRODOTTO DI UN VETTORE $\overline{V}$ PER UN NUMERO REALE

Si definisce prodotto del vettore $\overline{V}$ per il numero reale "a" e lo si indica con $a\overline{V}$ oppure $\overline{V}a$, il vettore che ha lunghezza aV (modulo), la stessa direzione di $\overline{V}$ e lo stesso verso di $\overline{V}$ o l'opposto secondo che "a" sia positivo o negativo.

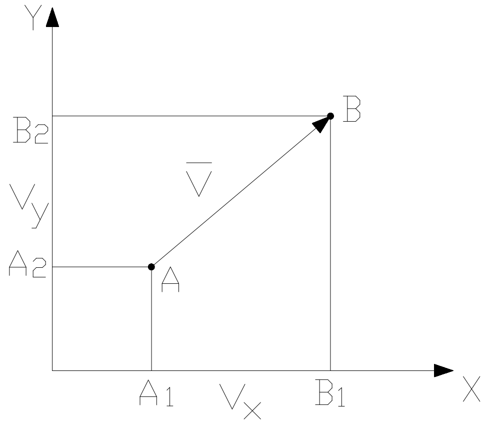
Tale vettore è nullo quando e solo quando è nullo il numero "a" o il vettore $\overline{V}$ o entrambi.

DIFFERENZA DI DUE VETTORI



La differenza di due vettori è data dalla seconda diagonale del parallelogramma oppure dalla somma vettoriale fra il primo vettore e l'opposto del secondo.

Sia dato un vettore $\overline{V}$ di componenti V_X e V_Y secondo gli assi; per definizione di somma di due vettori si ha:



$$\overline{V} = \left(B_1 - A_1\right) + \left(B_2 - A_2\right)$$

D'altra parte, indicati con $\bar{i}$ e $\bar{j}$ i due vettori unitari (versori) che hanno rispettivamente la direzione ed il verso degli assi orientati X,Y e che sono detti ***versori fondamentali***, posso scrivere:

$B_1 - A_1 = V_X\,\bar{i}$; $B_2 - A_2 = V_Y\,\bar{j}$ e quindi $\overline{V} = V_x\,\bar{i} + V_y\,\bar{j}$