

# POTENZA ATTIVA - REATTIVA - APPARENTE

## LA POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI IN REGIME SINUSOIDALE

Nei circuiti a corrente alternata, la potenza elettrica varia evidentemente da un istante all'altro, perché variano i due fattori tensione e corrente.

La potenza elettrica istantanea  $p$  relativa ad un tratto qualunque di un circuito è determinata in ogni caso dal prodotto dei due valori istantanei contemporanei della tensione  $v$  ai capi e della corrente  $i$  che percorre il circuito; in ciascun istante si ha perciò:

$$p = vi \quad (\text{valori istantanei !!!})$$

In un intervallo di tempo infinitesimo  $dt$  si compie corrispondentemente la trasformazione di una quantità di energia:

$$dw = vidt$$

Se si vuole esprimere l'energia elettrica  $W$  che viene trasformata nel corso di un intero periodo  $T$ , si deve perciò eseguire la sommatoria (integrale) di tutti i termini elementari come  $dw$  relativi a tutti gli intervalli infinitesimi in cui l'intero periodo può immaginarsi suddiviso: si scrive cioè:

$$(v_1 i_1 dt_1 + v_2 i_2 dt_2 + \dots) \rightarrow W = \sum_0^T vidt$$

All'atto pratico conviene riferire questa stessa energia ad una potenza media di valore costante scrivendo l'uguaglianza:

$$W = \sum_0^T vidt = PT$$

La potenza costante  $P$  così definita prende il nome di **POTENZA REALE** o **POTENZA ATTIVA** della corrente alternata; essa è determinata dalla relazione:

$$P = \frac{\sum_0^T vidt}{T}$$

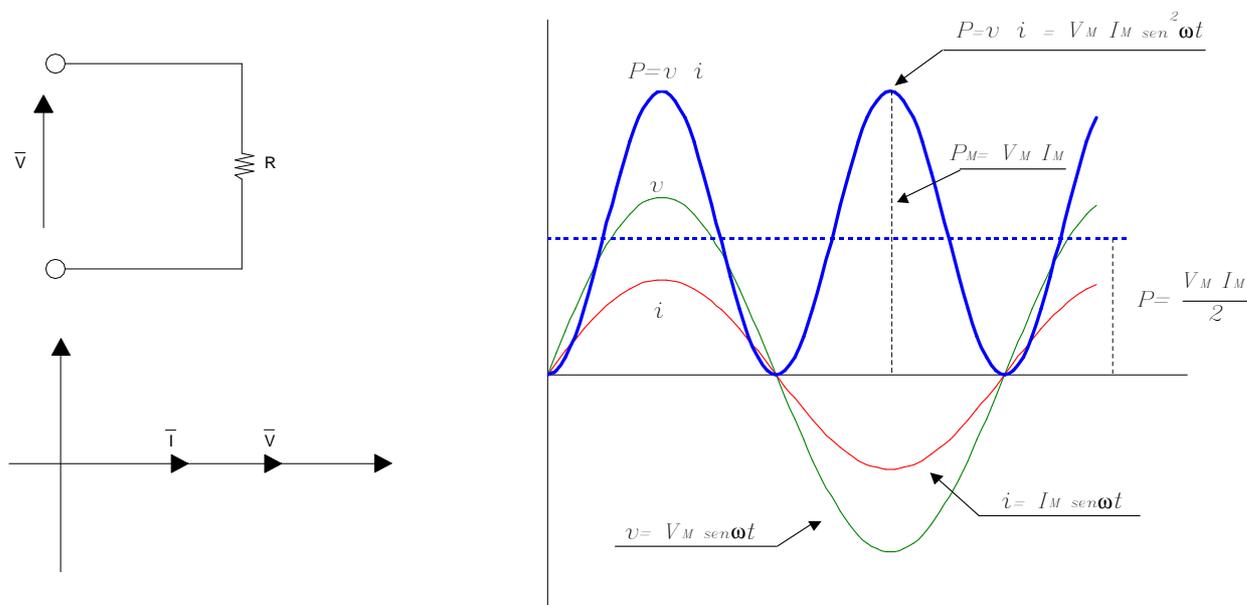
e corrisponde pertanto alla media aritmetica di tutte le potenze istantanee che s'avvicinano nel corso di un periodo.

Per tensioni e correnti sinusoidali questa **potenza reale P** viene a **dipendere non solo dai valori efficaci della tensione e della corrente, ma anche dalla reciproca relazione di fase**; ciò perché, a seconda dello sfasamento, i valori istantanei contemporanei della tensione e della corrente si accoppiano in modo diverso.

A questo riguardo si può osservare che, in un circuito avente uno sfasamento qualunque fra tensione e corrente, si può sempre risolvere la tensione totale agente ai capi in due componenti, una in fase ed una in quadratura con la corrente; oppure scomporre in due componenti la corrente, di cui una in fase con la tensione ed una in quadratura. La potenza elettrica totale del circuito può essere in tal caso considerata come l'effetto risultante della sovrapposizione delle due potenze che competono rispettivamente alle due componenti della tensione per la corrente totale, oppure alle due componenti della corrente per l'intera tensione.

Si è così condotti a considerare separatamente la potenza elettrica che compete ad una corrente in fase con la tensione e la potenza che corrisponde invece ad una corrente in quadratura con la tensione.

### POTENZA ELETTRICA DI UNA CORRENTE IN FASE CON LA TENSIONE



La potenza elettrica istantanea  $p$  varia corrispondentemente secondo una curva che ha per ordinate i prodotti delle ordinate delle due onde sinusoidali della tensione e della corrente.

Se queste due onde sono in fase tra loro, esse *passano sempre per lo zero e per i rispettivi massimi nello stesso istante*, in modo che anche tutte le inversioni di segno risultano contemporanee.

Il prodotto dei valori istantanei si mantiene perciò sempre positivo variando in ciascun mezzo periodo fra lo zero e un valore massimo  $P_M$  uguale al prodotto dei due valori massimi  $V_M$  e  $I_M$  della tensione e della corrente.

Nel circuito si ha dunque una potenza pulsante che passa per lo zero, raggiunge il massimo  $P_M$  e torna a zero due volte ad ogni periodo della corrente, senza mai invertirsi.

L'espressione di questa potenza risulta:

$$p = vi = V_M I_M \text{sen}\omega t \times \text{sen}\omega t = V_M I_M \text{sen}^2\omega t$$

ma  $\text{sen}^2\omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$  e perciò:

$$p = \frac{V_M I_M}{2} - \frac{V_M I_M}{2} \cos 2\omega t \quad \text{oppure:}$$

$$p = \frac{V_M I_M}{2} + \frac{V_M I_M}{2} \text{sen}\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Quest'ultima relazione dimostra che la potenza istantanea  $p$  può essere considerata come la somma algebrica di un termine costante pari a  $V_M I_M/2$  e di un termine sinusoidale di ampiezza  $V_M I_M/2$  e di pulsazione  $2\omega$ .

Quindi la curva tracciata è una senoide di frequenza doppia della corrente e tangente inferiormente all'asse dei tempi. L'asse di simmetria di questa senoide ha così per ordinata il termine costante  $V_M I_M/2$ ; questo rappresenta pertanto il valore medio di tutte le potenze istantanee nel corso di un intero periodo e definisce in tal modo la **POTENZA REALE MEDIA  $P_m$**  del circuito:

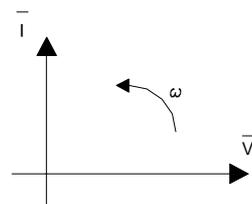
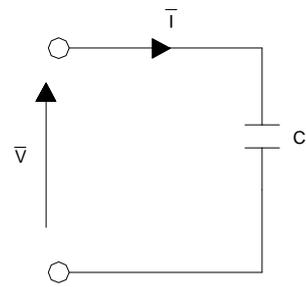
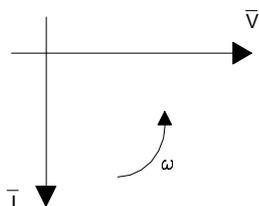
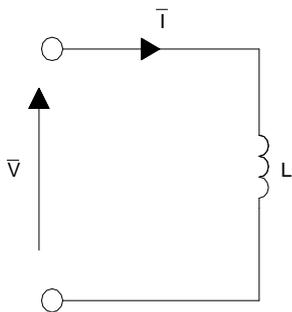
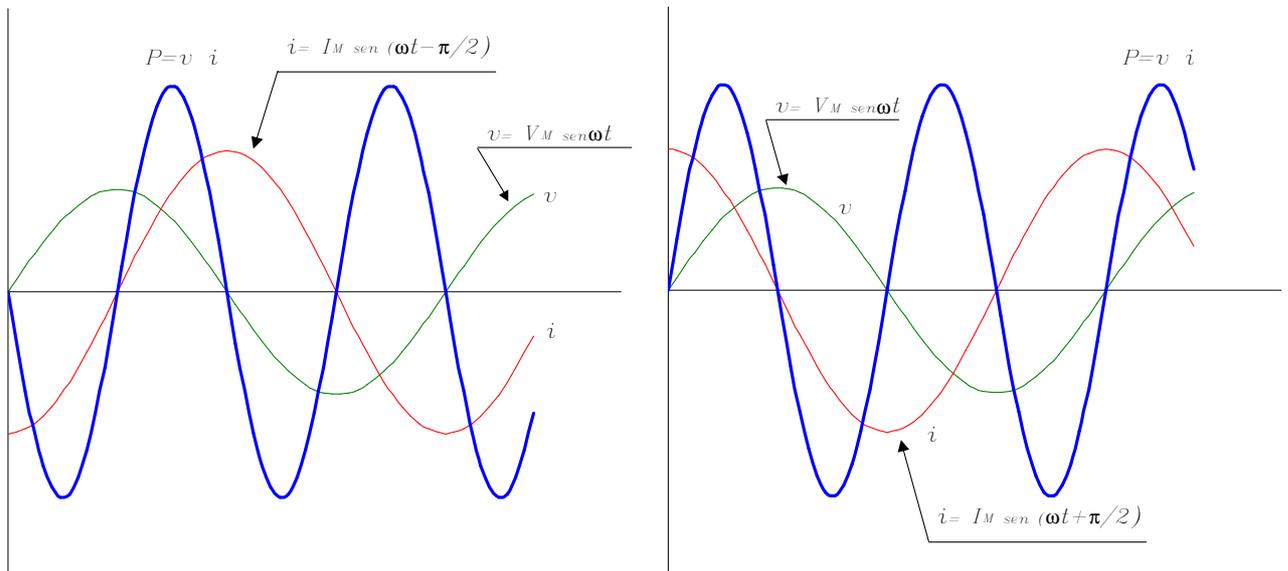
$$P_m = \frac{V_M I_M}{2}; \text{ sapendo che } V_{\text{eff}} = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \text{ e } I_{\text{eff}} = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \text{ Risultata}$$

$$P = VI$$

cioè la **potenza attiva o reale** di una corrente sinusoidale in fase con la tensione è il **PRODOTTO DEI RISPETTIVI VALORI EFFICACI**.

Questo stato di regime si verifica in particolare nel caso di un circuito PURAMENTE OHMICO.

POTENZA ELETTRICA DI UNA CORRENTE IN QUADRATURA CON LA TENSIONE



Questo stato di regime si verifica in circuito puramente induttivo oppure puramente capacitivo come risulta dalla figura.

Nei quarti successivi di ciascun periodo la tensione e la corrente assumono alternativamente segni concordi e contrari, perché l'una passa per lo zero e si inverte mentre l'altra è massima e viceversa. E' ovvio che la curva dei prodotti si annulla quando o  $v$  o  $i$  passano per lo zero e inoltre passa alternativamente da valori positivi a valori negativi; pertanto se :

$$v = V_M \sin \omega t \quad e \quad i = I_M \sin \left( \omega t \pm \frac{\pi}{2} \right) = \pm I_M \cos \omega t$$

si ha:

$$p = vi = \pm V_M I_M \sin \omega t \cos \omega t ; \text{ ma } \sin \omega t \cos \omega t = \frac{\sin 2\omega t}{2}$$

pertanto :

$$p = \pm \frac{V_M I_M}{2} \sin 2\omega t$$

pertanto la curva  $p = vi$  tracciata è ancora una senoide di frequenza doppia della corrente e di ampiezza  $V_M I_M / 2$  ; il suo asse di simmetria coincide con l' asse dei tempi e pertanto la media di tutte le potenze istantanee risulta uguale a zero. I due casi differiscono per il fatto che la potenza varia dall' uno all' altro con fase opposta.

### SIGNIFICATO FISICO :

Questo trova interpretazione fisica immediata negli scambi alterni di energia determinati rispettivamente dal campo magnetico per il circuito induttivo e dal campo elettrico per il circuito capacitivo.

L' induttanza assorbe infatti energia finché la corrente aumenta, per restituirla quando la corrente diminuisce; il condensatore invece assorbe energia finché aumenta la tensione e la restituisce analogamente quando la tensione cala.

La quantità di energia che viene alternativamente assorbita e restituita, due volte ad ogni periodo della corrente è l' area racchiusa rispettivamente dalla senoide positiva e negativa della curva della potenze istantanee.

Nel caso del circuito puramente induttivo tale energia vale

$$W = \frac{1}{2} L I_M^2 \quad \text{mentre il condensatore tale energia vale} \quad W = \frac{1}{2} C V_M^2$$

In questi due casi la resistenza ohmica del circuito è nulla e pertanto è anche nulla la potenza elettrica dissipata in calore per effetto Joule. Quanto detto porta a concludere che una corrente in quadratura con la tensione non produce mai effetto dissipativo ma provoca solo trasferimento alterno di una quantità di energia determinata e costante dal generatore di alimentazione alla induttanza o al condensatore. Quindi la media di tutte le potenze istantanee positive e negative si annulla, pertanto in un circuito percorso da una corrente in quadratura la potenza reale o attiva  $P$  è uguale a ZERO.

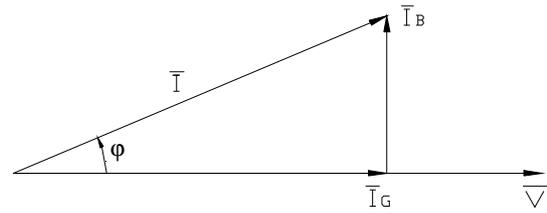
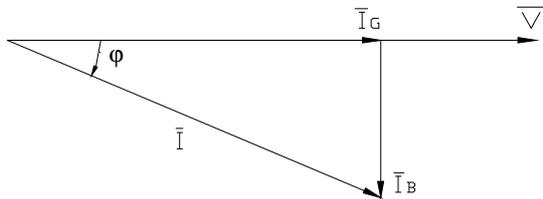
In linguaggio tecnico si dice che la corrente in tal caso è SWATTATA, la quale circola e si mantiene senza alcun apporto di energia, indipendentemente dai valori efficaci di  $V$  e di  $I$ .

Il prodotto di questi due valori efficaci può solo fornire una valutazione indiretta della maggiore o minore entità del gioco alterno di scambio di energia che si produce fra il circuito ed il rispettivo campo magnetico o elettrico e pertanto il prodotto dei due valori efficaci di  $V$  e di  $I$  in quadratura fra loro viene convenzionalmente chiamata POTENZA REATTIVA  $Q$ .

La potenza reattiva così definita non riveste alcun significato fisico ma costituisce un semplice riferimento convenzionale ai valori efficaci della tensione e della corrente in quadratura e per tale motivo la  $Q$  non si misura in watt ma in VOLTAMPERE REATTIVI o brevemente VAR. Per distinguere i due casi di natura induttiva o capacitiva considereremo *convenzionalmente* come POSITIVA la POTENZA REATTIVA CAPACITIVA ( CORRENTE A  $90^\circ$  IN ANTICIPO SULLA TENSIONE ) e NEGATIVA la POTENZA REATTIVA MAGNETIZZANTE O INDUTTIVA ( CORRENTE A  $90^\circ$  IN RITARDO ) o viceversa a seconda dei testi in uso.

### POTENZA ATTIVA - REATTIVA e APPARENTE PER SFASAMENTO QUALUNQUE :

In genere però la corrente non è né in fase né in ritardo a  $90^\circ$  con la  $V$  ma è sfasata di un certo angolo  $\varphi$  in ritardo o in anticipo :



Posso allora scomporre la  $\bar{I}$  nelle due componenti  $\bar{I}_G$  e  $\bar{I}_B$  rispettivamente in fase e in quadratura con la  $V$ . La potenza elettrica totale del circuito risulterà dalla sovrapposizione delle due potenze calcolate separatamente per le due componenti considerate.

Ma la  $\bar{I}_B$  costituisce una corrente scattata che non produce alcun effetto energetico esterno e quindi l'effetto utile medio prodotto dall'intera corrente  $\bar{I}$  dipende solo dalla corrente  $\bar{I}_G$  che costituisce la vera **CORRENTE ATTIVA**. Pertanto l'intera potenza reale  $P$  (watt) di una corrente sfasata vale il prodotto fra i valori efficaci della tensione  $V$  e della componente  $I_G$  attiva:

$$P = VI_G \quad (\text{WATT})$$

**La potenza reale  $P$**  così definita rappresenta la **POTENZA ELETTRICA MEDIA** che fluisce effettivamente lungo il circuito trasformandosi in calore per effetto Joule o eventualmente in lavoro utile.

A tale trasmissione continua di energia dovuta a  $\bar{I}_G$  si sovrappone in più il processo di trasformazione interna corrispondente all'energia che viene alternativamente assorbita e restituita dal campo magnetico (induttanza) o elettrico (condensatore).

Questo gioco di scambio alterno di energia si produce per gli effetti reattivi interni al circuito senza alcun apporto di energia dall'esterno; esso costituisce l'effetto caratteristico della componente in quadratura  $\bar{I}_B$  che chiameremo **CORRENTE REATTIVA**.

Il prodotto del valore efficace di  $I_B$  per la tensione effettiva  $V$  definisce la potenza reattiva  $Q$  del circuito:

$$Q = V I_B \quad (\text{VAR})$$

Però  $I_G = I \cos\varphi$  e  $I_B = I \sin\varphi$  pertanto

$$P = V I \cos\varphi \quad (\text{watt}) \quad \text{attiva}$$

$$Q = V I \sin\varphi \quad (\text{var}) \quad \text{reattiva}$$

Queste espressioni dimostrano che nei circuiti a C.A. le indicazioni di un voltmetro e un amperometro non forniscono alcun indizio circa l'entità della potenza effettiva in gioco. Tali indicazioni possono solo stabilire che la potenza attiva  $P$  sarà certamente minore o tutt' al più uguale al prodotto fra i due valori efficaci  $V$  ed  $I$ ; questo prodotto viene chiamato **POTENZA APPARENTE** :

$$S \text{ o } A = V I$$

anch' essa non riveste alcun significato energetico ma indica solo quale potrebbe essere la potenza reale qualora la corrente fosse in fase con la tensione.

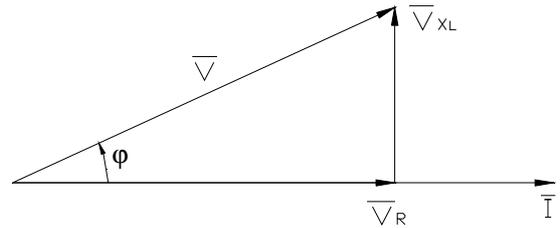
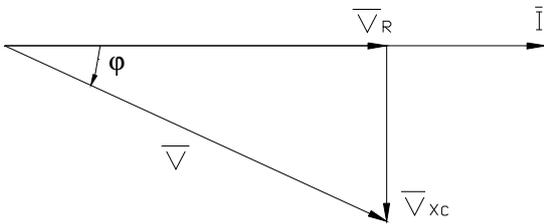
Neppure essa viene misurata in Watt, ma in VOLTAMPERE ( VA ), col solo significato di caratterizzare l' esistenza nei circuiti di quei dati valori di tensione e corrente, senza specificarne la reciproca relazione di fase.

**Visto che  $P = V \cos\varphi$  posso anche scrivere  $P = A \text{ o } S \cos\varphi$  .**

Al coseno dell' angolo di sfasamento  $\varphi$  si da il nome di **FATTORE DI POTENZA REALE DEL CIRCUITO** .

Analogamente  $Q = V \sin\varphi = A \sin\varphi$  e al seno di  $\varphi$  si da il nome di **FATTORE DI POTENZA REATTIVA** .

La potenza reale e reattiva possono esprimersi anche considerando le due componenti attive e reattive della tensione :



In tal caso  $V_R = V \cos\varphi$   
 $V_X = V \sin\varphi$  da cui  
 $P = V_R I$  e  $Q = V_X I$

$$P = V I \cos\varphi \quad Q = V I \sin\varphi$$

Posso quindi dire che: **“ la potenza attiva P di un circuito corrisponde al prodotto dell’ intera corrente per la componente attiva della tensione  $V_R$  oppure al prodotto dell’ intera tensione per la sola componente attiva  $I_G$  della corrente “.**

**Analogamente:** la Q è data dal prodotto dell’ intera I per la componente reattiva della tensione oppure dal prodotto della tensione totale V per la componente reattiva  $I_B$  della corrente.

Nei circuiti riducibili a una resistenza e una reattanza in serie, le due componenti attive e reattive della tensione sono:  $V_R = RI$  e  $V_X = XI$  pertanto la due potenze reattiva e reale valgono :

$$P = R I^2 \text{ e } Q = X I^2 \text{ e la potenza apparente } A = Z I^2 \text{ ---- } S = Z I^2$$

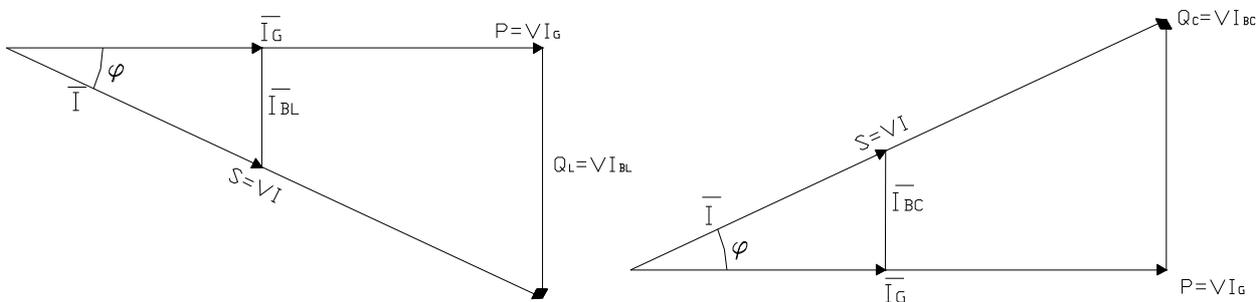
Analogamente posso esprimere la componente attiva e reattiva della corrente mediante **conduttanze e suscettanze** del circuito : in tal caso

$I_G = GV$  e  $I_B = BV$  e  $I = YV$  per cui

$$\mathbf{P = G V^2 \quad Q = B V^2 \quad A = Y V^2}$$

Queste espressioni confermano il fatto che l'intera potenza  $P$  viene dissipata in calore per effetto Joule dalla resistenza elettrica  $R$  del circuito, mentre la reattanza  $X$  mette in gioco in più la sola potenza reattiva  $Q$  la quale corrisponde all'energia che viene alternativamente assorbita e restituita dal campo magnetico o del campo elettrico.

Osserviamo infine che  $P, Q$  ed  $A$  si ottengono moltiplicando ordinatamente per  $V$  i cateti e l'ipotenusa del triangolo delle correnti e pertanto anche le tre potenze si corrispondono tra loro come i cateti e l'ipotenusa di un triangolo il quale costituisce il **triangolo delle potenze**.



Queste disposizioni corrispondono a rappresentare come negativa la potenza reattiva magnetizzante  $Q_L$  e positiva la potenza reattiva capacitiva  $Q_C$ .

Si ricordi infine che :

$$P = A \cos \varphi \quad Q = A \sin \varphi = P \operatorname{tg} \varphi \quad A^2 = P^2 + Q^2 \quad A = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{A} \quad \text{oppure} \quad \cos \varphi = \frac{P}{S}$$

