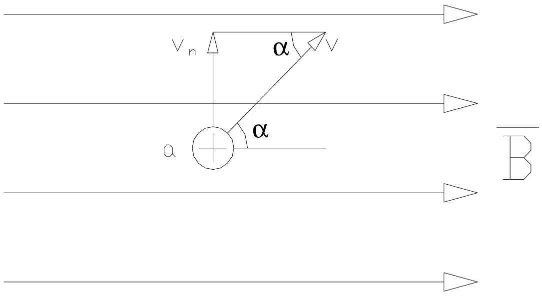
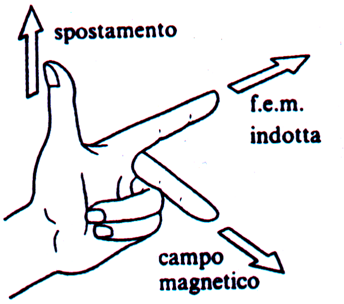
I SISTEMI TRIFASI

Ritorniamo un attimo al conduttore che si muove in un campo magnetico uniforme. Sappiamo già che crea una f.e.m. **e = B×l×v**. Il verso della f.e.m. viene determinato con la regola della **mano sinistra**.

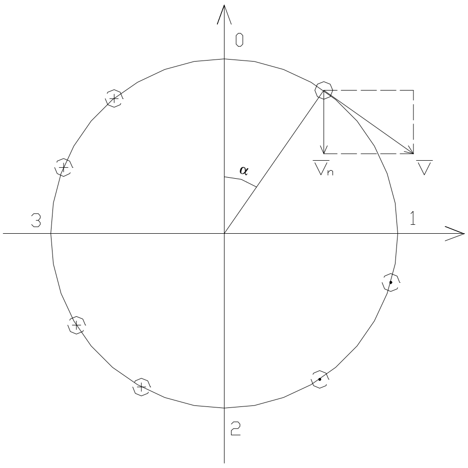




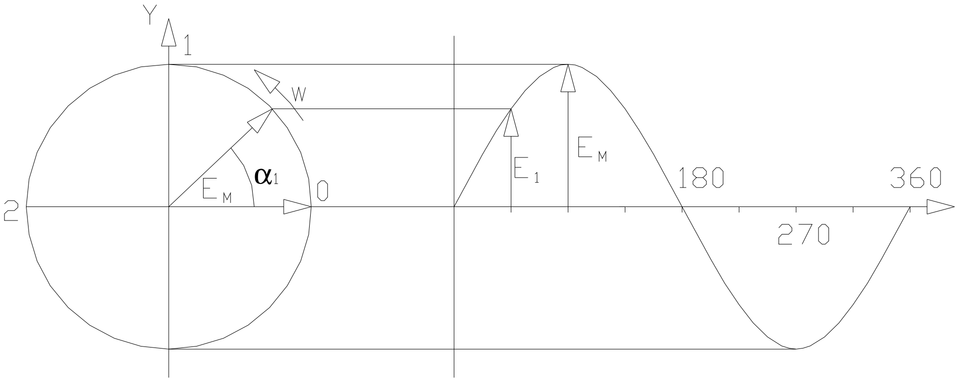
Avevamo visto poi il caso particolare del conduttore **a** disposto normalmente alle linee di forza del campo e che viene spostato in una direzione inclinata rispetto al campo di un certo angolo α: in tal caso il taglio delle linee di forza del campo non dipende dall'intera velocità **v** ma dalla sola componente normale al campo $\mathbf{v_n = v}$ **sen α**

per cui $\mathbf{e = B \times l \times v_n = B \times l \times v}$ **sen α.**

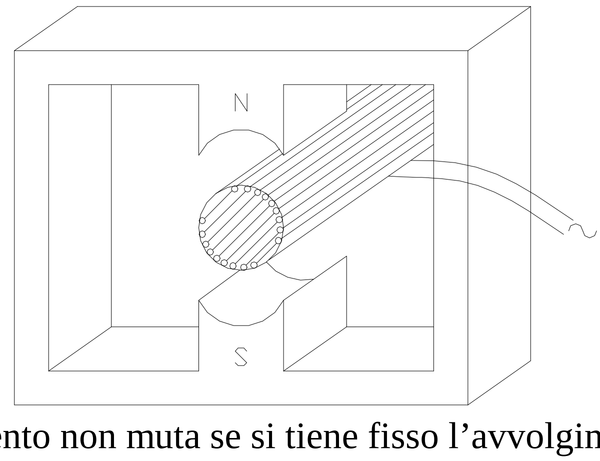
Un caso pratico molto importante è quello di figura seguente:



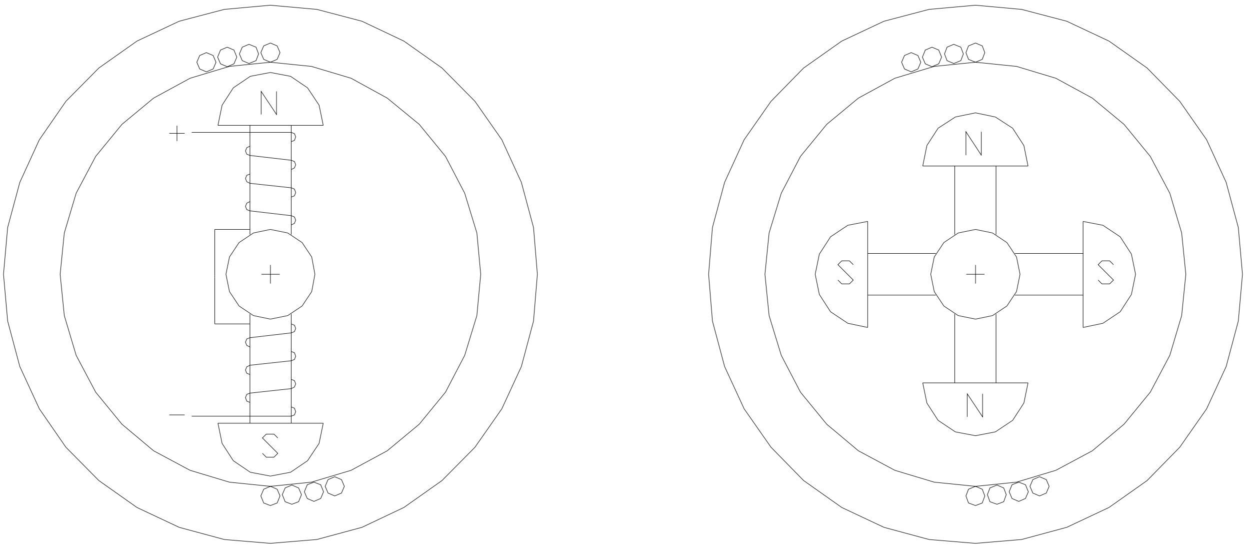
cioè il conduttore indotto viene fatto ruotare con velocità angolare ω costante attorno all'asse parallelo al conduttore e normale al campo. In tal caso la componente della velocità normale al campo $\mathbf{v_n = v}$ **sen α** è continuamente variabile perché α varia ad ogni giro del conduttore da 0 a 360°.



Così la f.e.m. indotta nel conduttore varia come le ordinate di una sinusoide. Essa è nulla quando passa per la posizione 0 (α = 0°), indi cresce fino a raggiungere il valore massimo $\mathbf{E_M = B \times l \times v}$ nella posizione 1 **(**α = 90°) poi cala fino a 0 nella posizione 2 **(**α= 180°).
In tutto il mezzo giro (0,1,2) il conduttore si muove verso il basso e applicando la regola della **mano sinistra** si riconosce che la f.e.m. è diretta così nel verso uscente (punto al centro del conduttore). Nel mezzo giro successivo si ripetono le stesse vicende però essendo invertito il verso del moto rispetto al campo, anche la f.e.m. è invertita. Si ottiene in tal modo una f.e.m. alternata sinusoidale che compie un periodo ad ogni giro del conduttore.
La macchina che presiede l'alimentazione degli impianti a corrente alternata prende il nome di **ALTERNATORE**. Il funzionamento di questa macchina è basato su quanto detto prima.
Se il conduttore ruota con velocità angolare ω costante, l'angolo descritto nel tempo **t** risulta $\boldsymbol{\alpha = \omega t}$ e quindi $\mathbf{e = B \times l \times v \ sen\ \omega t}$.
Il periodo di ogni singola alternazione corrisponde al tempo impiegato dal conduttore a fare un giro completo e risulta quindi: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ e $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$
Questo principio esposto viene applicato facendo ruotare nel campo un complesso di conduttori collegati in serie: in tal caso la macchina è a **induttore fisso** e **indotto rotante**.



Il principio di funzionamento non muta se si tiene fisso l'avvolgimento indotto e si fa ruotare il sistema induttore come risulta nella figura .



Nell’alternatore a 2 poli si genera un periodo per ogni giro completo e pertanto la macchina deve essere condotta in rotazione con tanti giri al secondo quant’è la frequenza che si vuol generare. A pari frequenza, però, posso diminuire la velocità costruendo l’alternatore a 4 poli.
In queste macchine si genera sempre un periodo completo ogni volta che davanti ai conduttori indotti trascorre un campo completo (un polo nord e un polo sud); perciò se la macchina è costruita con **p** coppie di poli si ottengono **p** periodi per giro.
Se il sistema induttore è posto in rotazione alla velocità di **n** giri al minuto primo si ottiene una frequenza

$$f = \frac{p\,n}{60}$$

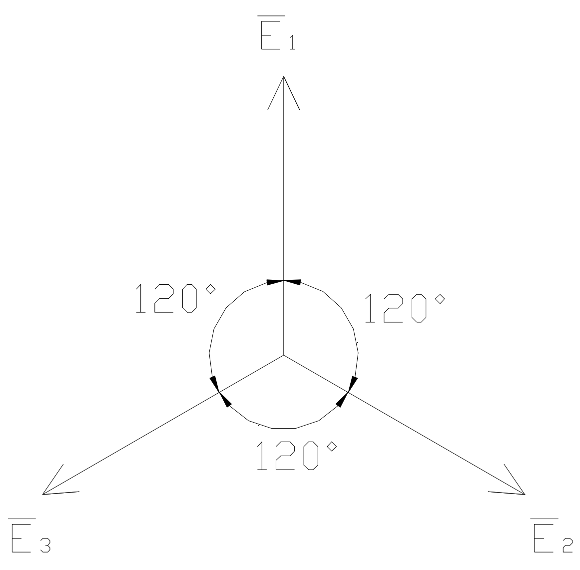
Inversamente, per generare una frequenza ***f*** prefissata si richiede una velocità di rotazione in giri al minuto primo:

$$n = \frac{60\,f}{p}$$

Ad esempio per ottenere una frequenza ***f*=50 Hz** con **p=1** (macchina bipolare) occorre **n = 3000** giri al minuto primo; per **p = 2** (alternatore 4 poli): **n = 1500** giri; per **p = 3**
(6 poli) **n = 1000**.

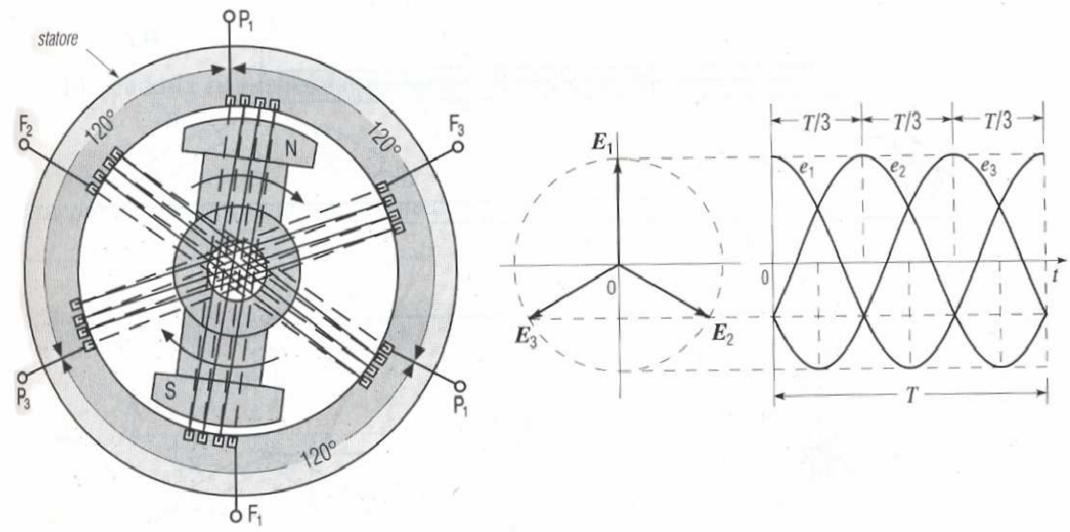
DEFINIZIONI:

Si definisce sistema trifase un complesso di 3 circuiti elettrici nei quali agiscono rispettivamente 3 f.e.m. di uguale frequenza, ma aventi l'una rispetto all'altra degli sfasamenti prestabiliti; ciascuno di questi circuiti costituisce una ***fase*** del sistema.
La ragione di adottare sistemi polifase ed un particolare trifasi sta nel fatto che questi presentano vantaggi sui monofasi come miglior utilizzazione del macchinario elettrico e dei relativi impianti, maggior facilità di trasporto dell'energia elettrica e di conversione della C.A. in C.C. e possibilità di impiego di molti motori elettrici. Esistono quindi vantaggi tecnici ed economici.
In alcuni casi le singole fasi si mantengono completamente distinte l'una dall'altra e nel loro complesso formano un ***sistema trifase*** a circuiti indipendenti; più comunemente, però, le diverse fasi vengono collegate in modo opportuno fra loro formando un sistema trifase composto.
Un sistema a trifase si dice **SIMMETRICO**, se le f.e.m. che agiscono in ciascuna fase sono tutte uguali fra loro in valore e sono sfasate ordinatamente di 120°fra loro; queste f.e.m. sono rappresentate in tal caso da 3 vettori di uguale ampiezza ordinatamente sfasati di un angolo pari a **360°/3 = 120°**.
I nostri impianti sono sistemi trifasi **SIMMETRICI** e cioè tale sistema si compone di 3 circuiti distinti (prima, seconda e terza fase) nei quali agiscono rispettivamente la f.e.m. E_1; E_2; E_3 uguali in valore e ciclicamente sfasate fra loro di 120°:



LA GENERAZIONE DEI SISTEMI TRIFASE:

Essa viene realizzata con una macchina denominata alternatore trifase; essa si compone di un ***sistema induttore*** e di un ***sistema indotto*** il quale comporta tanti avvolgimenti distinti quante sono le fasi del sistema; questi singoli avvolgimenti indotti sono tutti uguali fra loro ma sono angolarmente spostati l'uno rispetto all'altro di un angolo corrispondente allo sfasamento che si vuole avere fra le f.e.m. rispettive:



In tale figura è rappresentata un macchina trifase bipolare ad indotto fisso e induttore rotante. I tre avvolgimenti identici sono angolarmente spostati fra loro di 120°. Questi 3 avvolgimenti vengono indicati coi numeri d'ordine di : prima, seconda e terza fase.

Il verso ciclico di successione delle 3 fasi è arbitrario ma si usa considerare come verso ciclico delle fasi, quello per cui i numeri d'ordine si succedono nel senso dei ritardi (la seconda fase in ritardo sulla prima e la terza in ritardo sulla seconda); questo verso si identifica col verso di rotazione del sistema induttore rispetto all'indotto.

Si ricordi a tal punto una spira che ruota immersa in un campo magnetico: nel trifase è come se si avessero tre spire sfasate di 120° che ruotano nel campo magnetico.

Restano ancora da fissare i versi delle f.e.m. e delle correnti nelle diverse fasi: si può stabilire di considerare positivo in ciascuna fase quel semi periodo in cui il principio dell'avvolgimento viene sorpassato dal polo nord e la fine del polo sud.

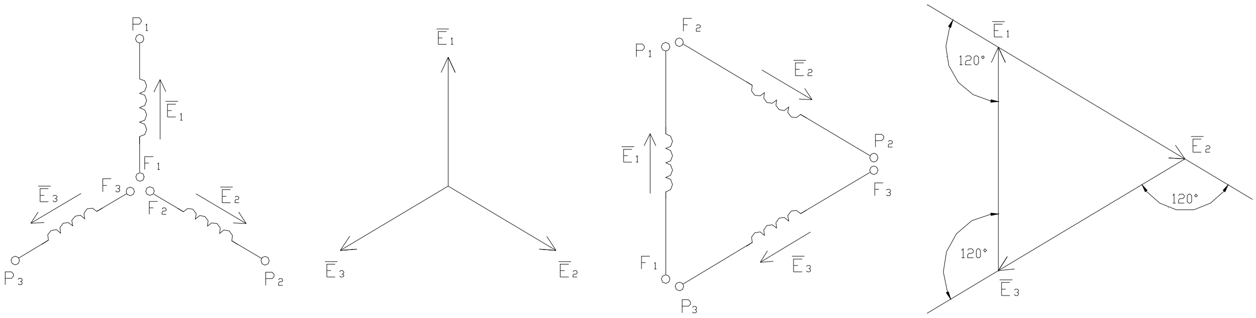
Analizzando la figura : la f.e.m. indotta nella prima fase raggiunge il suo valore massimo positivo nell'istante in cui il sistema induttore passa nella posizione di figura: questa f.e.m. viene perciò rappresentata da un vettore $\overline{E_1}$.

Dopo un terzo di giro diventa massima positiva la f.e.m. della seconda fase alla quale corrisponde il vettore $\overline{E}_2$ a 120° in ritardo su $\overline{E}_1$e poi la f.e.m. della terza fase corrispondente a $\overline{E}_3$a 120° in ritardo su $\overline{E}_2$ e perciò a 120° in anticipo su$\overline{E}_1$.

Nell'alternatore bipolare si compie un periodo ad ogni giro completo e lo sfasamento di 1/3 di periodo fra le tre f.e.m. si consegue corrispondentemente mediante uno spostamento angolare di 120° fra i tre avvolgimenti.

Se si considera un alternatore a 4 poli, il periodo si compie in mezzo giro.Per ottenere tre f.e.m. sfasate di 1/3 di periodo si richiedono in tal caso 3 avvolgimenti sfasati fra loro di 1/3 di mezzo giro e cioè 60°.

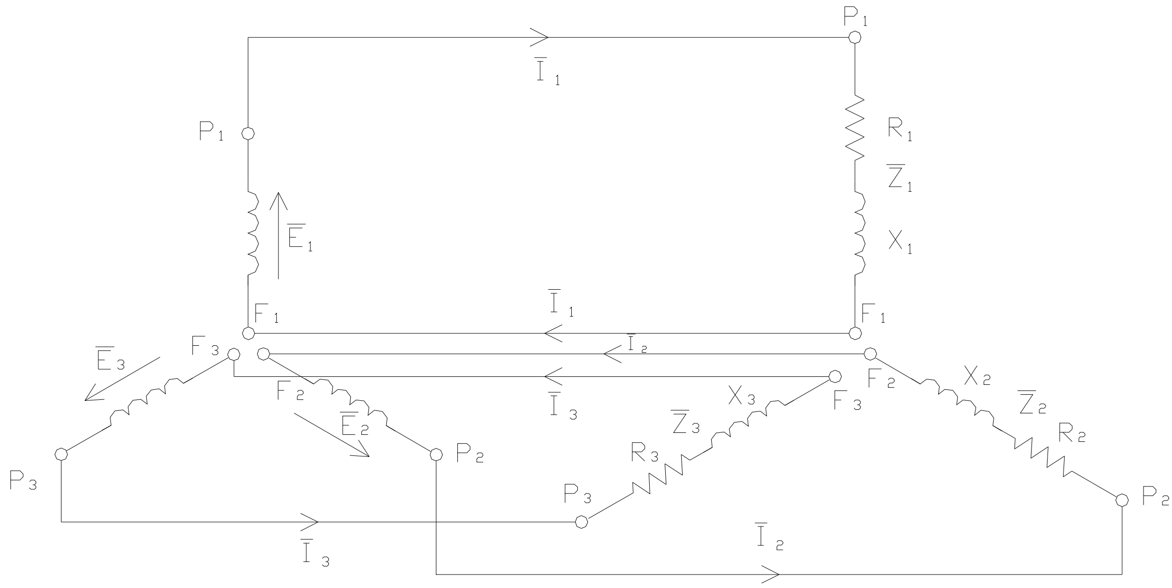
Se l’alternatore ha **p** coppie di poli, la distanza angolare fra gli avvolgimenti dovrà essere uguale all’angolo di sfasamento fra le f.e.m. rispettive diviso per **p.**
Negli schemi simbolici gli avvolgimenti si rappresentano con induttanze e si dispongono gli schemi in modo tale da mettere in evidenza gli sfasamenti che intercedono fra le fasi; ad esempio per un generatore trifase posso adottare indifferentemente uno dei due schemi:



Su questi schemi si distinguono con le lettere **P** e **F** il principio e la fine delle singole fasi e si segnano i versi positivi delle f.e.m.che sono diretti,per tutte le fasi dalla fine al principio o viceversa.

COLLEGAMENTI CARATTERISTICI:

Un sistema trifase può sempre funzionare con le singole fasi indipendenti: ogni fase generatrice alimenta una fase utilizzatrice ed ottenere il *trifase a 6 fili*

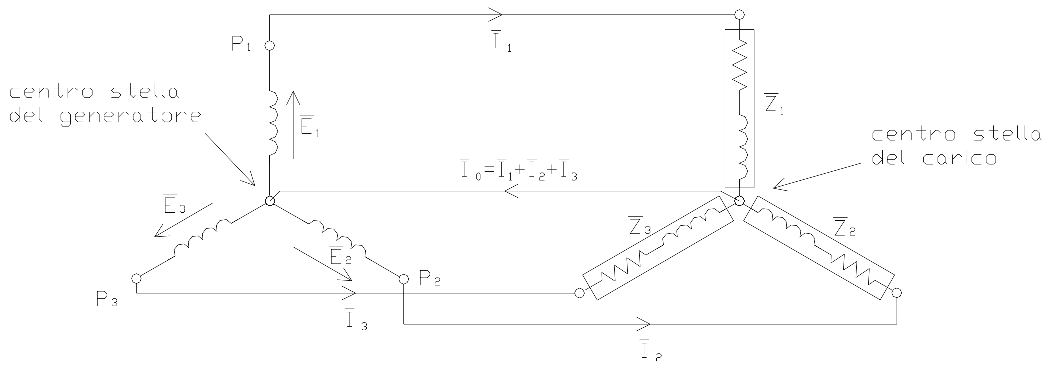


Le frecce indicano i versi positivi delle tensioni e delle correnti e pertanto con riferimento ai versi così prefissati viene stabilita la distinzione *PRATICA* fra i fili di andata e di ritorno delle correnti.
Una proprietà interessante dei trifasi è quella di poter raggruppare dei circuiti di fasi diverse allo scopo di ridurre il numero di fili di linea. Si ottengono così sistemi

composti che si realizzano in 2 sistemi: ***COLLEGAMENTO APERTO o A STELLA e COLLEGAMENTO CHIUSO o A POLIGONO o A TRIANGOLO.***

COLLEGAMENTO A STELLA:

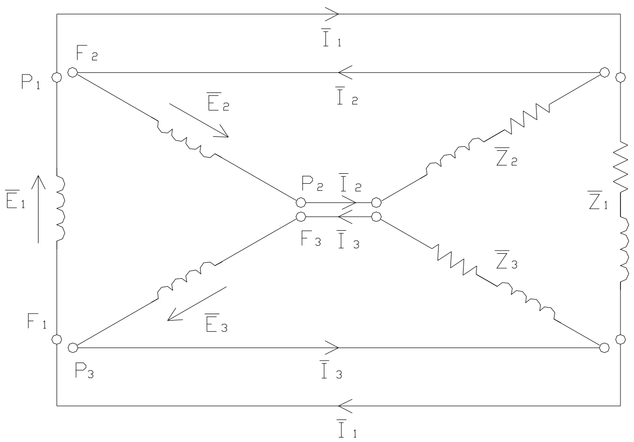
Nel trifase a 6 fili si riunisce in un solo filo chiamato ***FILO NEUTRO***, i fili di ritorno ottenendo il trifase a 4 fili:

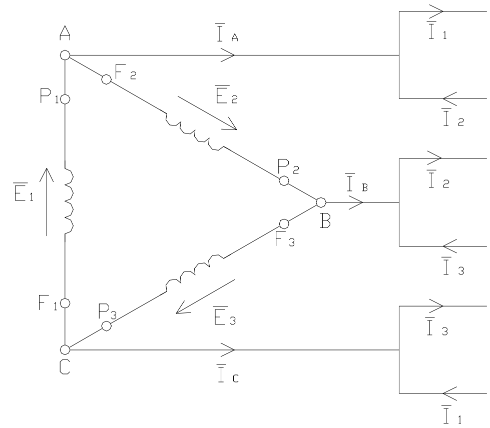


In genere si dice che il collegamento a stella si realizza riunendo in un solo nodo tutte le fini delle singole fasi a costituire il cosiddetto CENTRO STELLA; a tale centro fa capo il FILO NEUTRO che costituisce la via di ritorno comune a tutti i fili di linea.
Il neutro viene percorso quindi in generale da una corrente $\overline{I_o}$ che è la risultante (**somma vettoriale !!!**) delle correnti delle singole fasi.
Se tali correnti formano un sistema la cui risultante si annulla, il neutro non è percorso da corrente e può essere soppresso senza alterare il regime elettrico del sistema ed ottengo il trifase a STELLA senza neutro cioè trifase stella a tre fili.

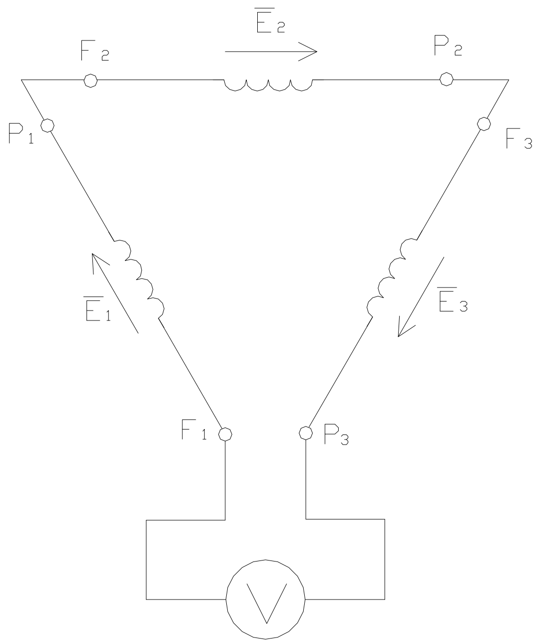
COLLEGAMENTO CHIUSO A POLIGONO O A TRIANGOLO:

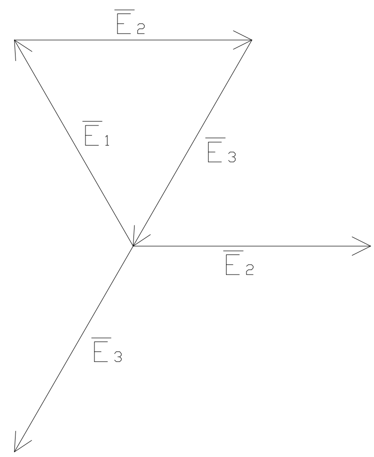
E' un collegamento attuabile solo con sistemi con almeno 3 o più fasi e consiste nel collegare ordinatamente il principio della prima fase con la fine della seconda; il principio della seconda con la fine della terza e così via fino a formare una maglia che si chiude in se stessa fra il principio dell'ultima fase con la fine della prima; da tutti i punti di unione o *VERTICI* così trovati partono altrettanti fili di linea.
In ognuno di questi fili restano abbinati così il filo di andata di una fase al filo di ritorno della fase successiva. Per il sistema trifase risulta il tipico COLLEGAMENTO A TRIANGOLO:





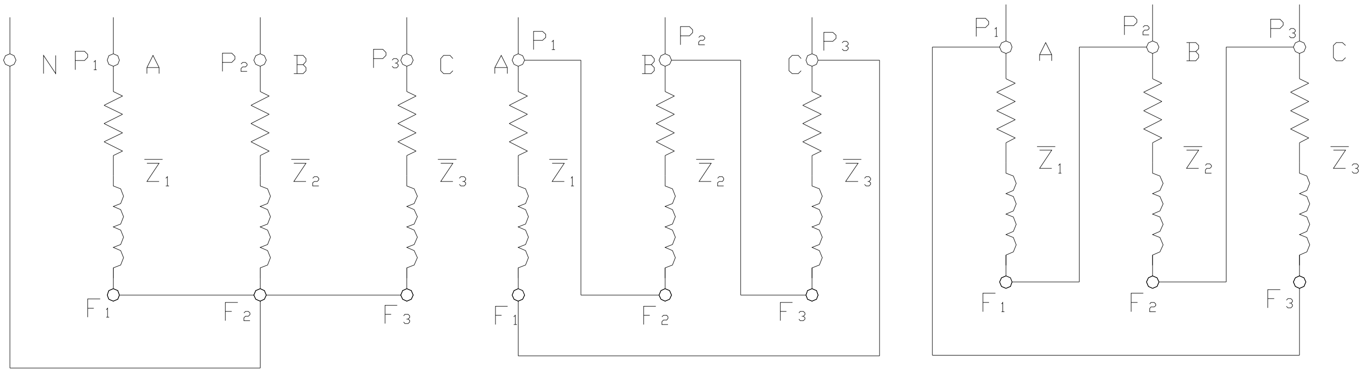
Il filo di linea relativo al vertice A funziona contemporaneamente come filo di andata per $\overline{I_1}$ e come filo di ritorno per $\overline{I_2}$ pertanto su tale filo si ha una corrente $\mathbf{I_A = I_1 - I_2}$ cioè pari alla **differenza vettoriale** fra le 2 correnti I_1 ed I_2.
Per quanto riguarda le fasi utilizzatrici, il collegamento a triangolo non presenta problemi e le 3 impedenze possono essere divise fra loro.
Per le fasi generatrici invece occorre **ACCERTARSI** che la risultante di tutte le f.e.m. che agiscono nelle fasi consecutive del triangolo sia nulla; diversamente nel triangolo si stabilisce una corrente di circolazione parassita che si richiude su se stessa e che permane anche interrompendo i fili di linea.
All'atto pratico si possono stabilire a priori i 2 collegamenti P_1 F_2 e P_2 F_3: dopo di ciò la connessione a triangolo è possibile solo qualora un voltmetro derivato in P_3 F_1 non segni tensione.





Tale condizione è soddisfatta se le 3 f.e.m. E_1, E_2, E_3 sono uguali in valore e sfasate di 120° cioè formano un **sistema simmetrico**.
In tal caso infatti la risultante di tali f.e.m. è uguale a zero perché la poligonale dei vettori forma un triangolo equilatero.

Negli schemi pratici i due tipi di collegamento visti si rappresentano spesso in tale forma e con i seguenti simboli **Y** e **D:**

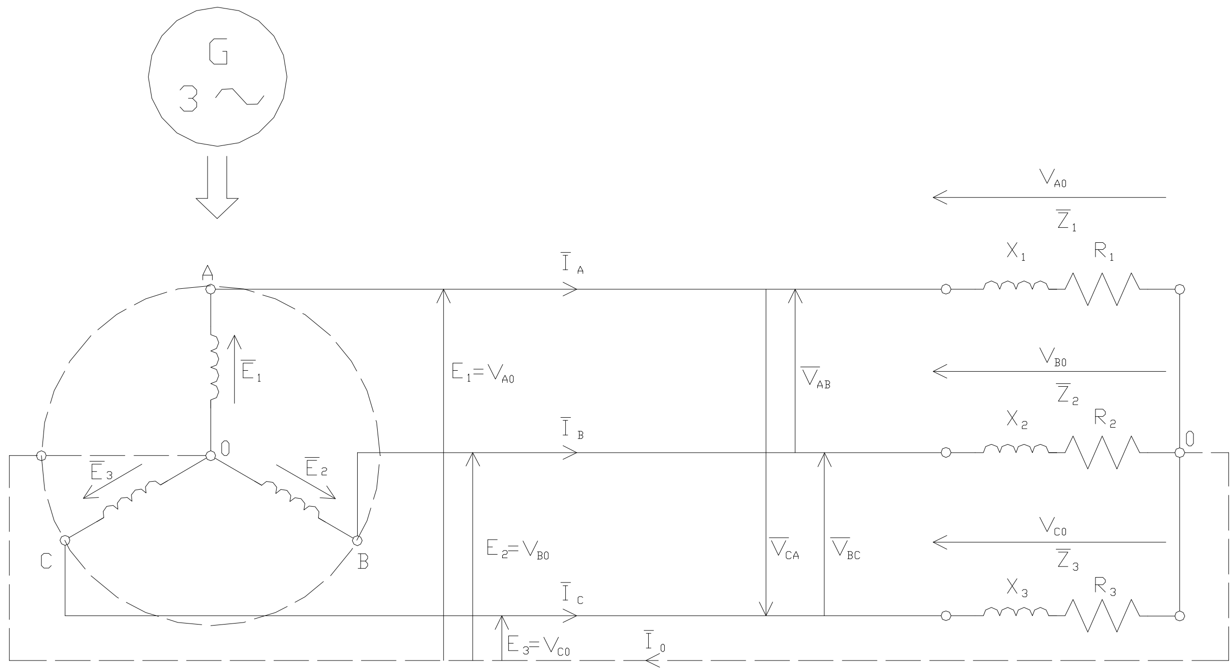


i morsetti sono normalmente identificati con le lettere A,B,C,N o in alternativa con i numeri 1,2,3,0.

PROPRIETA' E DIAGRAMMI DEI SISTEMI TRIFASI/E

Sistemi trifase a stella:

Consideriamo un generatore trifase G che alimenta una stella di impedenze: $\overline{Z}_1, \overline{Z}_2, \overline{Z}_3$

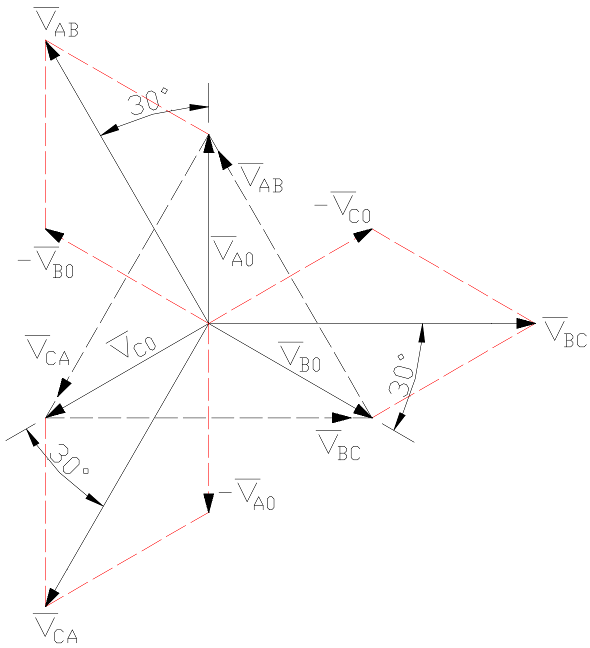


Consideriamo le tensioni $\overline{V}_{AO};\overline{V}_{BO};\overline{V}_{CO}$ che il generatore mantiene fra ciascun filo e il neutro:
Se il sistema è simmetrico queste tre tensioni hanno lo stesso valore efficace e sono sfasate fra loro $\frac{1}{3}$ di periodo e quindi sono rappresentate con tre vettori uguali in ampiezza e sfasati ciclicamente di 120° l'uno dall'altro. Esse prendono il nome di ***tensioni stellate o di fase*** e sono le tensioni che agiscono ai capi delle singole impedenze a partire dagli estremi verso il centro della stella.

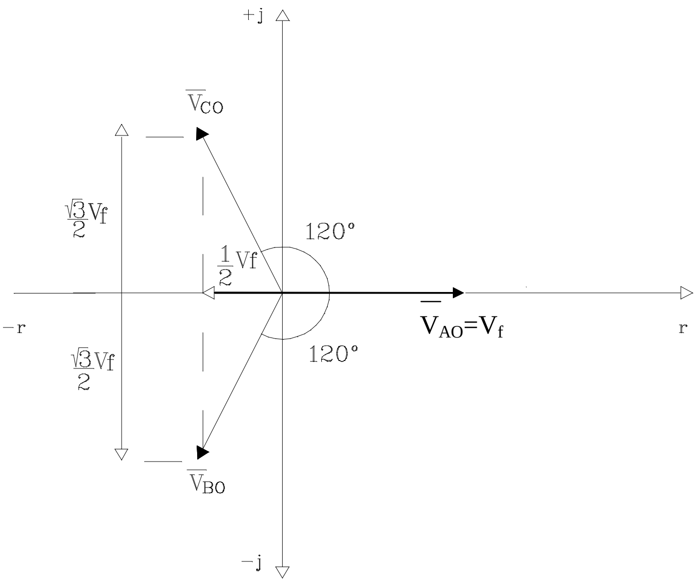
Si chiamano ***tensioni concatenate*** le tensioni $\overline{V}_{AB}; \overline{V}_{BC}; \overline{V}_{CA}$ misurate fra i fili di linea contigui senza far capo al filo neutro. Esse si ottengono combinando a due a due le tre tensioni stellate; ad esempio la $\overline{V}_{AB}$ corrisponde alla somma vettoriale della $\overline{V}_{AO}\ e\,\overline{V}_{OB}$ che si incontrano passando dal filo A al centro stella e da questo al filo B; d'altra parte $\overline{V}_{OB} = -\overline{V}_{BO}$ per cui:

$$\left.\begin{aligned}
\overline{V}_{AB} &= \overline{V}_{AO} + \overline{V}_{OB} = \overline{V}_{AO} - \overline{V}_{BO} \\
\overline{V}_{BC} &= \overline{V}_{BO} + \overline{V}_{OC} = \overline{V}_{BO} - \overline{V}_{CO} \\
\overline{V}_{CA} &= \overline{V}_{CO} + \overline{V}_{OA} = \overline{V}_{CO} - \overline{V}_{AO}
\end{aligned}\right\} \text{TENSIONI CONCATENATE O DI LINEA}$$

Pertanto le tre tensioni concatenate $\overline{V}_{AB}; \overline{V}_{BC}; \overline{V}_{CA}$ corrispondono ordinatamente alla differenza vettoriale fra le tensioni stellate consecutive $\overline{V}_{AO}; \overline{V}_{BO}; \overline{V}_{CO}$ e il diagramma è:

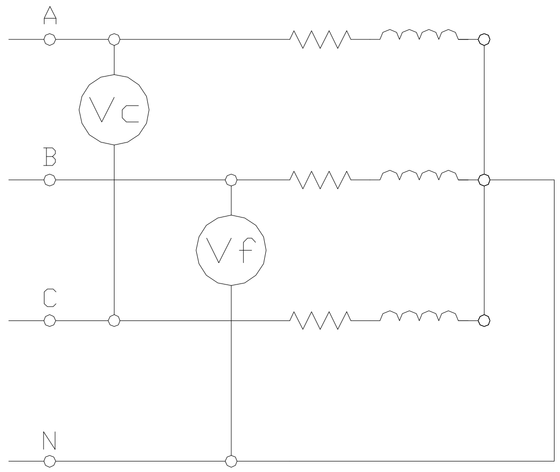


Tale diagramma mette in evidenza che le tre tensioni concatenate sono anche rappresentate dai lati del triangolo che ha per vertici gli estremi dei vettori che rappresentano le tre tensioni stellate. Se il sistema è ***SIMMETRICO*** il triangolo è ***EQUILATERO*** e la terna concatenata $\overline{V}_{AB}; \overline{V}_{BC}; \overline{V}_{CA}$ risulta sfasata di 30° in anticipo sulla terna delle tensioni stellate $\overline{V}_{AO}; \overline{V}_{BO}; \overline{V}_{CO}$.
In tal caso le tre concatenate hanno lo stesso valore efficace che chiameremo V e analogamente con V_f il corrispondente valore efficace delle tre tensioni stellate:



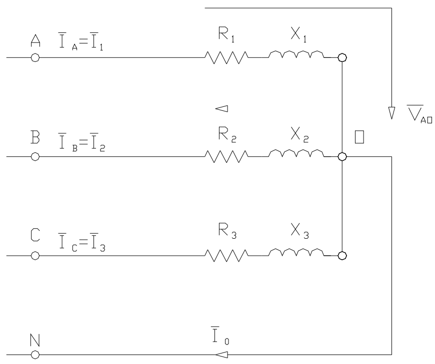
posso vedere che V = 2 V_f cos 30° ma $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ per cui V = $\sqrt{3}$ V_f cioè ***in un sistema trifase simmetrico le tensioni concatenate sono $\sqrt{3}$ volte maggiori delle tensioni stellate.***

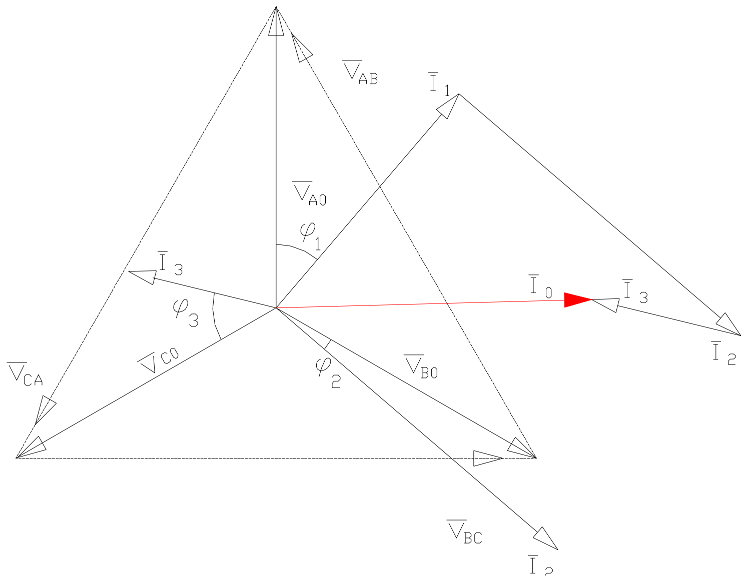
Così ad esempio se 3 voltmetri derivati rispettivamente fra ciascun filo di linea e il neutro indicano tutti 220 Volt , quelli derivati direttamente fra i 3 fili di linea danno $220 \cdot \sqrt{3} = 380$ V.



Nel linguaggio tecnico pratico i sistemi trifasi a stella con neutro si designano perciò indicando i due valori delle tensioni concatenate e stellate dicendo: linea trifase alla tensione di 380/220 Volt o 220/127 Volt.
Le correnti restano determinate dividendo ordinatamente le tre tensioni stellate per le impedenze dei 3 rami della stella:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{V}_{AO}}{\overline{Z}_1}; \quad \overline{I}_2 = \frac{\overline{V}_{BO}}{\overline{Z}_2}; \quad \overline{I}_3 = \frac{\overline{V}_{CO}}{\overline{Z}_3}$$





Ogni corrente è sfasata di un certo angolo φsulla rispettiva tensione, angolo che dipende dal rapporto tra la reattanza e la resistenza di ogni singola fase. Se tutte le impedenze sono ohmico induttive il diagramma vettoriale è quello di figura e gli angoli sono:

$$tg\varphi_1 = \frac{X_1}{R_1};\ tg\varphi_2 = \frac{X_2}{R_2};\ tg\varphi_3 = \frac{X_3}{R_3}$$

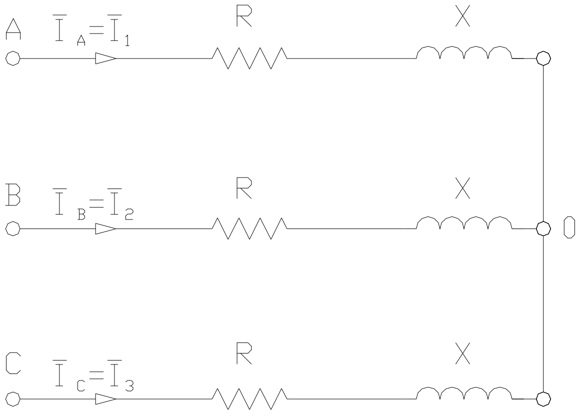
I tre fili di linea ABC sono percorsi evidentemente dalle stesse correnti che attraversano le tre impedenze della stella; si esprime questo fatto dicendo che nei trifasi a stella LE ***3 CORRENTI DI LINEA COINCIDONO ORDINATAMENTE CON LE 3 CORRENTI DI FASE.***

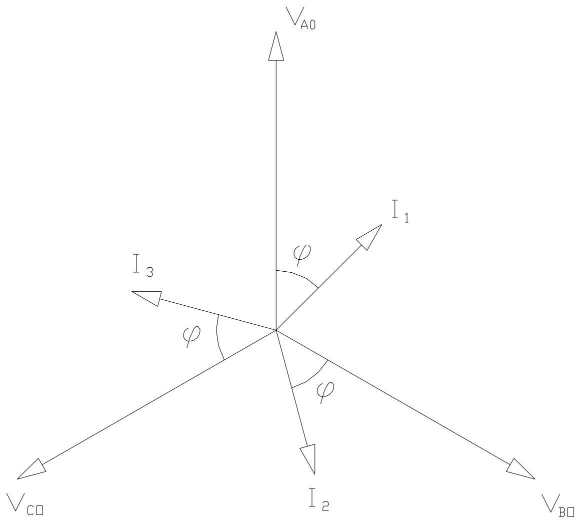
La $\overline{I}_0$ sarà data dalla **risultante vettoriale** fra le tre correnti $\overline{I}_1, \overline{I}_2, \overline{I}_3$ cioè :

$$\overline{I}_0 = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3$$

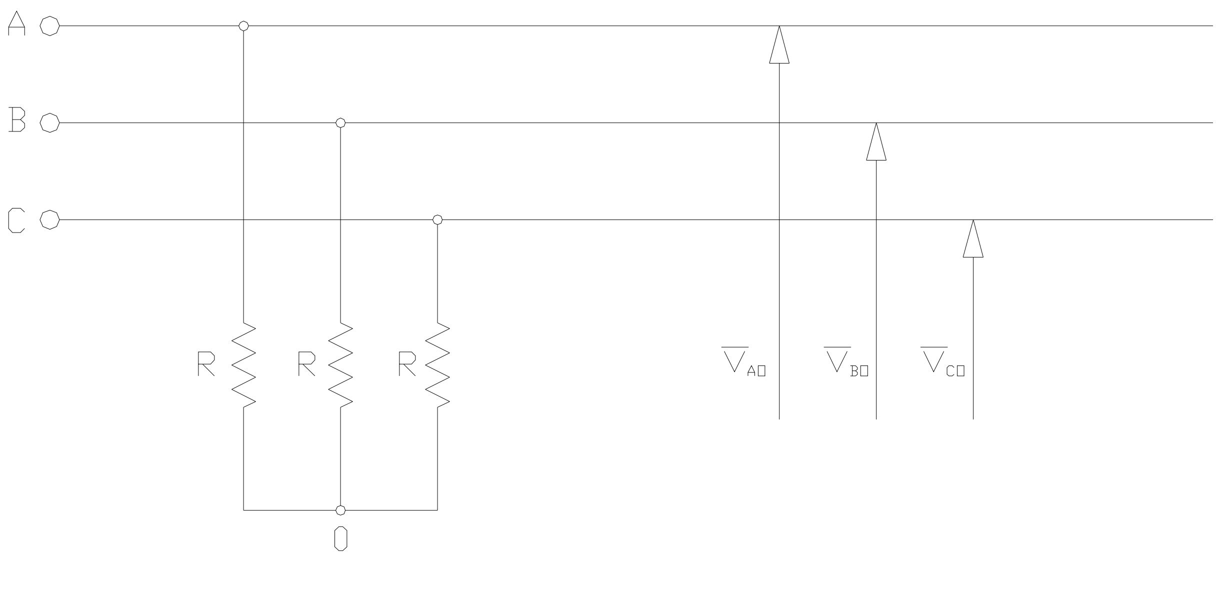
Se $\overline{I}_1, \overline{I}_2, \overline{I}_3$ non sono molto diverse tra loro la $\overline{I}_0$ è piccola e per tanto posso assegnare sezione minore al neutro.

Se le tre impedenze sono identiche (**parte reale e immaginaria**) le tre correnti sono uguali in valore e ugualmente sfasate cioè formano una terna simmetrica con risultante nulla e quindi il neutro non è percorso da corrente e quindi lo posso sopprimere senza variare il regime elettrico; ottenendo così un ***SISTEMA EQUILIBRATO A STELLA SENZA NEUTRO.***





In tale sistema la somma algebrica dei valori istantanei delle correnti sui tre fili di linea risulta ***COSTANTEMENTE UGUALE A ZERO*** cioè ***OGNI FILO*** funziona, si può dire, come filo di ritorno per gli altri due, perché le correnti che convergono al centro per una o per due fasi formano la corrente che si allontana dal centro per un’altra fase o viceversa; ciò vuol dire anche che il filo neutro rappresenterebbe in tal caso un semplice collegamento inattivo stabilito fra due punti che si trovano allo stesso potenziale.
Da ciò risulta che tutti i centri stella che si possono comunque realizzare derivando 3 impedenze identiche da una stessa linea trifase rappresentano altrettanti ***CENTRI EQUIPOTENZIALI.***
Tale proprietà è spesso utilizzata per definire e misurare le ***TENSIONI STELLATE*** anche su linee trifasi senza neutro: basta creare un ***CENTRO ARTIFICIALE*** derivando su tre fili di linea una stella formata con 3 resistenze identiche. Le tensioni stellate della linea restano con ciò definite come le tensioni che si rendono misurabili fra ciascun filo di linea e il centro così ottenuto.

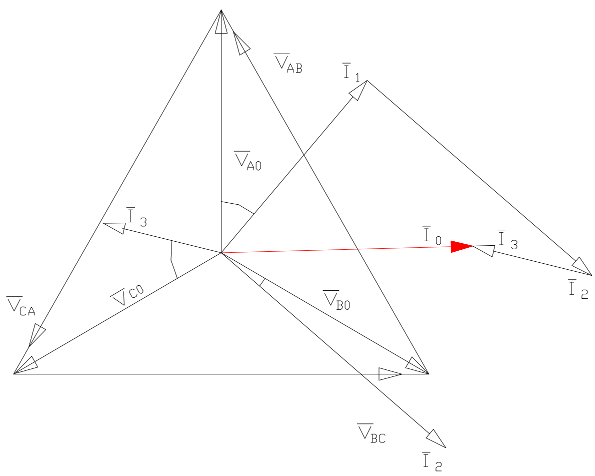


Riassumendo posso dire che i sistemi trifasi a stella possono essere realizzati nelle seguenti forme:

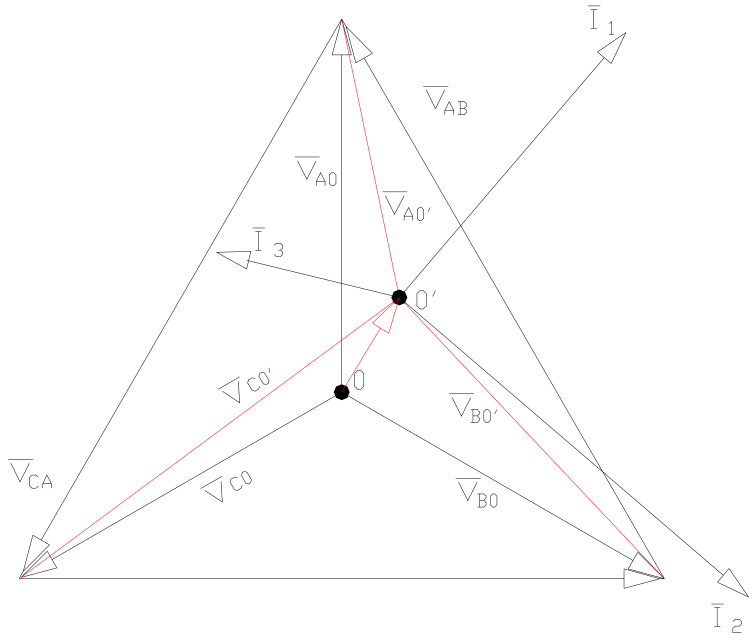
1. Stella con neutro;
2. Stella senza neutro.

La stella con neutro può essere adottata in ogni caso e conferisce alle fasi utilizzatrici la stessa indipendenza di funzionamento che si otterrebbe dotando ogni fase di un circuito distinto. In particolare si può variare fino ad interrompere una o anche due fasi, senza che il regime delle altre due o della terza ne risulti influenzato; varia solo da un caso all'altro la corrente $\bar{I}_0$ nel neutro che è sempre rappresentata da un vettore uguale alla risultante dei vettori rappresentativi delle singole correnti di fase.

La stella senza neutro si adatta essenzialmente solo ai casi in cui le tre fasi utilizzatrici sono identiche fra loro e sono stabilmente accoppiate a costituire un unico apparecchio trifase accoppiato: in tal caso l'assenza del neutro non viene avvertita perché in regime ***EQUILIBRATO*** tutti i centri stella sono già di per sé punti equipotenziali.



E' tuttavia possibile interrompere il filo neutro anche su una ***stella squilibrata :***
è chiaro allora che le 3 correnti delle singole fasi devono necessariamente adeguarsi in modo da formare una risultante uguale a zero: ma allora, insieme alle correnti,variano anche le tensioni stellate relative alle singole impedenze e per tanto il diagramma vettoriale del sistema deve passare ad una configurazione del tipo di figura:



Si vede cioè che se il neutro manca, lo squilibrio fra le 3 impedenze della stella determina in sostanza uno spostamento del punto rappresentativo del centro stella da 0 a 0' e tale spostamento è tale da soddisfare alla condizione che le tensioni stellate $\overline{V}_{AO'}\overline{V}_{BO'}\overline{V}_{CO'}$ vengano a produrre, nelle 3 impedenze della stella, una terna di correnti aventi una risultante uguale a zero.

Il punto 0 rappresenta in tal caso il centro stella ***IDEALE*** mentre il punto 0' può risultare comunque spostato, a seconda dell'entità dello squilibrio fra le tre impedenze.

Il vettore $\overline{00'}$ rappresenta la d.d.p. $\overline{V}_{OO'}$ che viene a stabilirsi fra il centro stella squilibrata e il centro ideale.

In generale, quindi:

1.I centri stella simmetrici (impedenze identiche) risultano tutti equipotenziali;

2.Qualunque centro stella disimmetrico assume , se isolato,una certa d.d.p. rispetto ai centri stella simmetrici e in tal caso viene detto brevemente **potenziale del centro reale** e l'altro viene detto **centro ideale del sistema.**

Se esiste il filo neutro anche i potenziali dei centri disimmetrici si eguagliano (salvo la d.d.p. sul filo stesso) attraverso la circolazione della corrente $\overline{I}_0$.

Esercizi applicativi sul sistema trifase a stella:

Esercizio:

Una linea trifase con la tensione concatenata di 380 V, alimenta tre impedenze uguali di resistenza R = 12 Ω e reattanza induttiva X = 8 Ω, le quali sono collegate a stella con neutro.
Determinare le correnti di linea ed il loro sfasamento sulle tensioni di fase.

L' impedenza di ciascuna fase è data da :

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = 14{,}42\ \Omega$$

La tensione di fase è :

$$V_f = \frac{V_c}{\sqrt{3}} = 220\ V$$

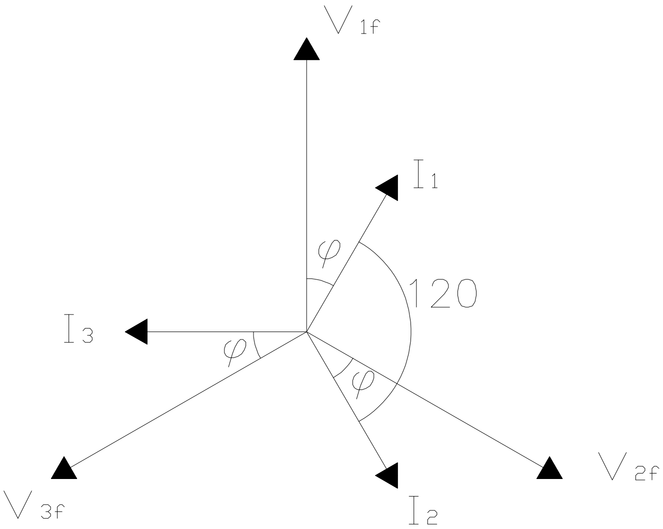
Essendo il carico equilibrato, le correnti nelle tre fasi sono uguali fra loro; le correnti di linea sono uguali alle correnti di fase e si ha:

$$I_L = I_f = \frac{V_f}{Z} = \frac{220}{14{,}42} = 15{,}25\ A.$$

Queste correnti sono sfasate in ritardo sulle tensioni di fase dello stesso angolo φ :

$$\mathrm{tg}\ \varphi = \frac{X}{R} = \frac{8}{12} = 0{,}666 \ \rightarrow\ \varphi = 33°\ 40'$$

il diagramma delle correnti e delle tensioni di fase si può rappresentare così :



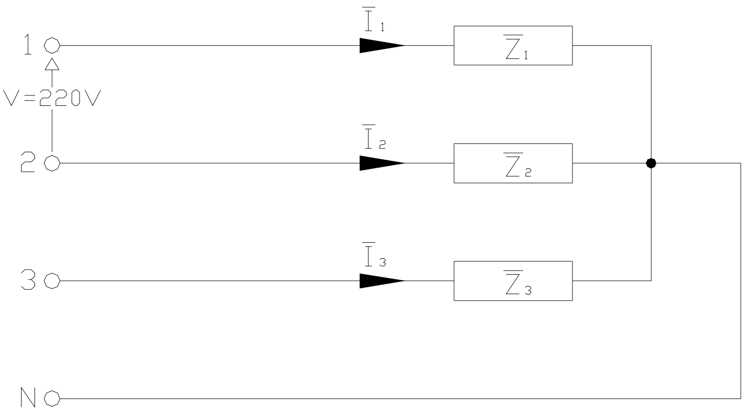
La somma vettoriale delle tre correnti è nulla,perché esse sono uguali e risultano sfasate fra loro di 120°, per cui nel filo neutro non passa corrente.

Esercizio:

Una linea trifase con neutro alla tensione concatenata di 220 V e alimenta tre impedenze ohmico-induttive, le quali hanno le seguenti caratteristiche:

$R_1 = 2\ \Omega \quad X_1 = 4\ \Omega$; $R_2 = 6\ \Omega \quad X_2 = 3\ \Omega$; $R_3 = 2\ \Omega \quad X_3 = 6\ \Omega$

Determinare le correnti di linea, i loro sfasamenti sulle tensioni di fase e la corrente I_o che attraversa il neutro.



Per prima cosa si determinano le impedenze di fase:

$\overline{Z_1} = \overline{R_1} + j\,\overline{X_1} = 2 + j4$; $Z_1 = \sqrt{2^2 + 4^2} = 4{,}47\ \Omega$

$\overline{Z_2} = \overline{R_2} + j\,\overline{X_2} = 6 + j3$; $Z_2 = \sqrt{6^2 + 3^2} = 6{,}71\ \Omega$

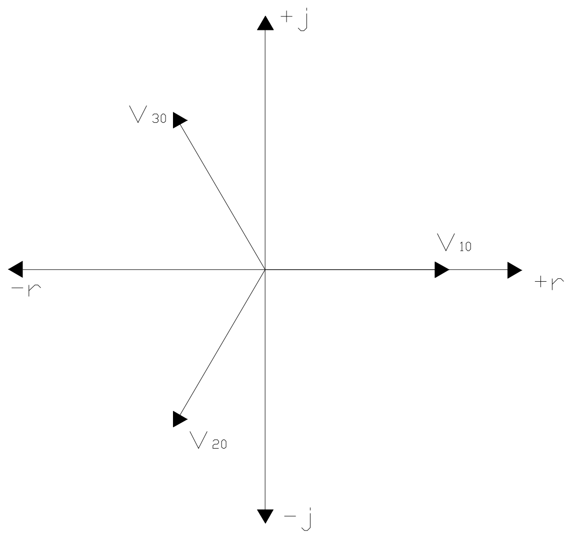
$\overline{Z_3} = \overline{R_3} + j\,\overline{X_3} = 2 + j6$; $Z_3 = \sqrt{2^2 + 6^2} = 6{,}32\ \Omega$

Il modulo della tensione di fase vale:

$$V_f = \frac{V_c}{\sqrt{3}} = 127\ \text{V}$$

Prima di determinare le correnti di fase, devo determinarmi le tensioni di fase espresse in numeri complessi. A tale scopo posso porre la tensione di fase V_{10} sull'asse reale o sull' asse immaginario.

Supponiamo di porre V_{10} sull' asse reale.



Le tensioni di fase risulteranno :

$\overline{V_{10}}$ = 127 + j 0

$\overline{V_{20}}$ = - 127 sen 30° - j 127 cos 30° = 127 (- $\frac{1}{2}$ - j $\frac{\sqrt{3}}{2}$) = - 63,5 – j 110

$\overline{V_{30}}$ = - 127 sen 30° + j 127 cos 30° = 127 (- $\frac{1}{2}$ + j $\frac{\sqrt{3}}{2}$) = - 63,5 + j 110

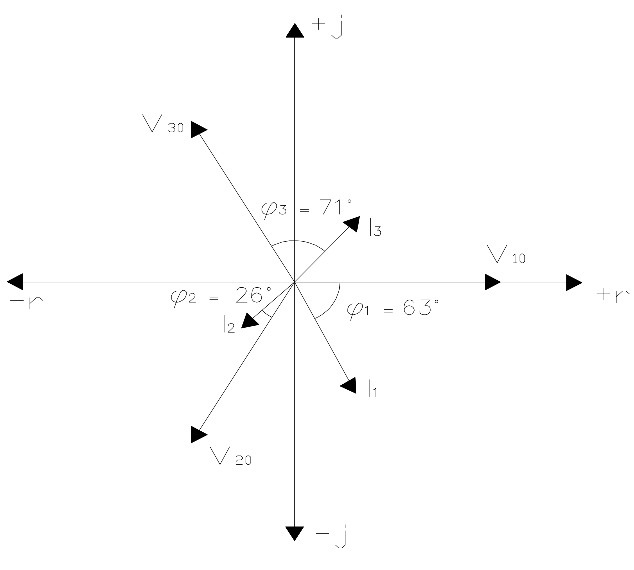
Determiniamo ora le correnti di fase:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_{10}}{\bar{Z}_1} = \frac{127}{2+j4} = 12,7 - j25,4 = \sqrt{12,7^2 + 25,4^2} = 28,4A$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{20}}{\bar{Z}_2} = \frac{-63,5 - j110}{6+j3} = -15,8 - j10,43 = \sqrt{15,8^2 + 10,43^2} = 18,9A$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{V}_{30}}{\bar{Z}_3} = \frac{-63,5 + j110}{2+j6} = 13,32 + j15 = \sqrt{13,32^2 + 15^2} = 20,07A$$

A tal punto si inseriscono le correnti nel diagramma vettoriale :



Determiniamo ora gli sfasamenti tra le correnti di fase e le tensioni di fase (o stellate):

$$\tan \varphi_1 = \frac{X_1}{R_1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\varphi_1 = 63^\circ 30'$$

$$\tan \varphi_2 = \frac{X_2}{R_2} = \frac{3}{6} = 0{,}5$$

$$\varphi_2 = 26^\circ 35'$$

$$\tan \varphi_3 = \frac{X_3}{R_3} = \frac{6}{2} = 3$$

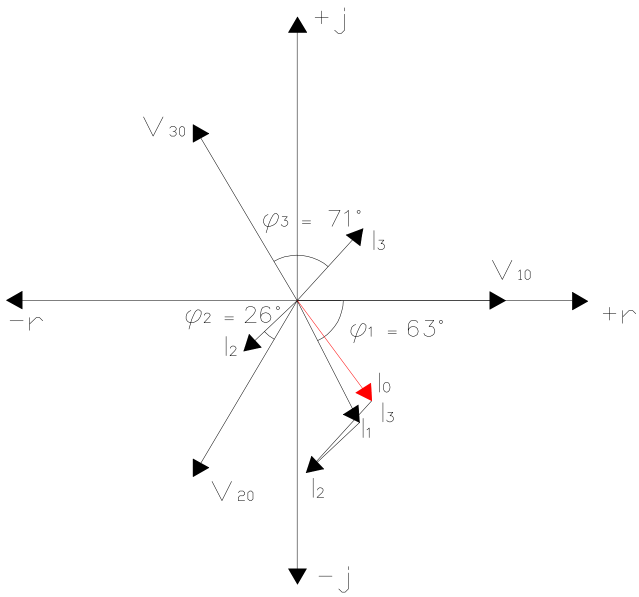
$$\varphi_3 = 71^\circ 35'$$

Determiniamo ora la corrente nel neutro $\bar{I}_0$:

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 12{,}7 - j25{,}4 - 15{,}8 - j10{,}43 + 13{,}32 + j15 = 10{,}22 - j20{,}83$$

$$\bar{I}_0 = \sqrt{10{,}22^2 + 20{,}83^2} = 23{,}20A$$

e la inseriamo nel diagramma vettoriale con la possibilità di verifica grafica sulla correttezza dei calcoli.



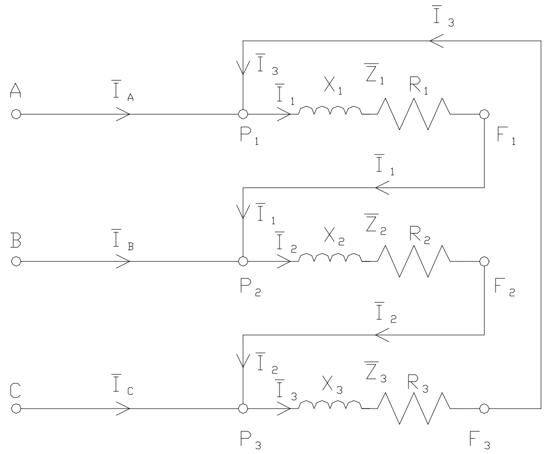
Conclusioni: Non si possono sommare i moduli delle tre correnti di fase, ma bisogna sempre fare la somma vettoriale: dimostriamo:

$I_0 = |I_1| + |I_2| + |I_3| = 28{,}4 + 18{,}9 + 20{,}07 = 67{,}41A$, mentre I_0 = 23,2 A.

N.B.: se al posto di un induttanza ci fosse stato un condensatore, ovviamente la parte immaginaria sarebbe diventata –jX !!!

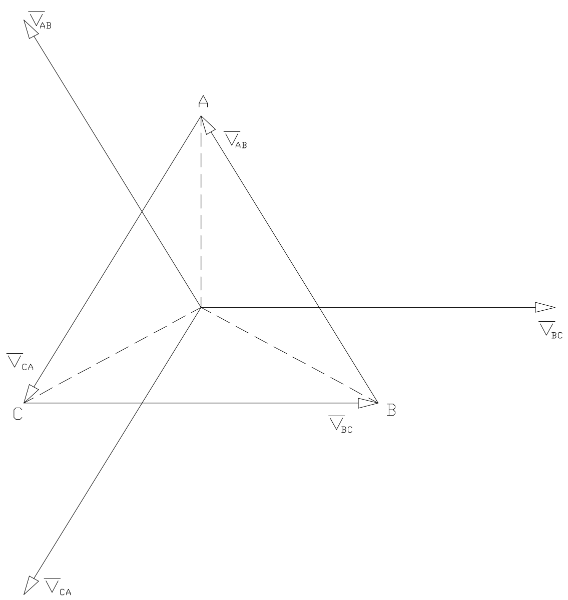
Sistemi trifase a triangolo :

Senza occuparci del generatore che non interessa, consideriamo il triangolo delle tre impedenze $\overline{Z}_1$, $\overline{Z}_2$, $\overline{Z}_3$; esso è realizzato allacciando successivamente la fine della prima con il principio della seconda, la fine della seconda con il principio della terza e la fine della terza con il principio della prima; i tre punti realizzati costituiscono i vertici del triangolo ai quali collego i fili ABC della linea.



Le tre impedenze risultano ordinatamente derivate fra i fili di linea continui e sono quindi soggetti rispettivamente alle $\overline{V}_{AB}; \overline{V}_{BC}; \overline{V}_{CA}$ pertanto nel triangolo ***LE TENSIONI AGENTI NELLE SINGOLE FASI*** coincidono con le tensioni misurate tra i fili di linea e quindi costituiscono anche ***LE TENSIONI CONCATENATE DEL SISTEMA.***

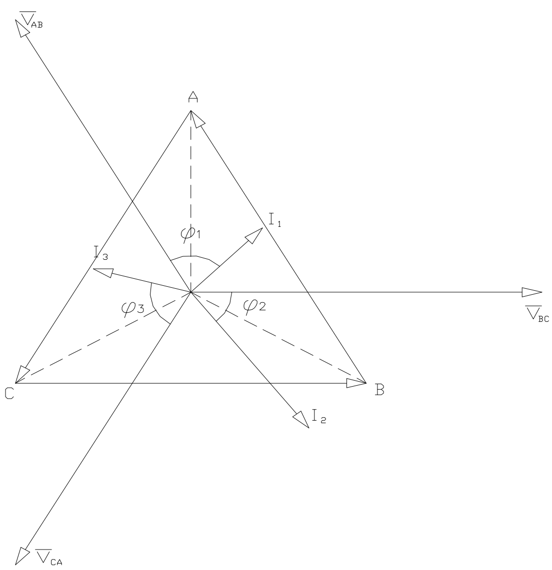
Esse sono rappresentate dai lati di un triangolo il cui baricentro corrisponde al centro ideale che può eventualmente realizzarsi, come è noto, derivando fra i fili una stella di resistenze identiche.



Se il sistema è simmetrico il triangolo è equilatero. Per calcolare le correnti si prefissano prima i loro versi positivi: nei lati del triangolo tali versi sono già determinati perché devono coincidere con i versi positivi delle tensioni, per le quale si considera di regola ***IL SENSO CICLICO DIRETTO*** che va da A a B, da B a C e da C a A, nel senso dei ritardi: sui tre fili di linea invece si considera come verso positivo quello diretto dal generatore verso le fasi utilizzatrici.
Pertanto le tre impedenze risultano attraversate ordinatamente dalle tre correnti:

$$\overline{I_1} = \frac{\overline{V_{AB}}}{\overline{\overline{Z_1}}};\ \overline{I_2} = \frac{\overline{V_{BC}}}{\overline{\overline{Z_2}}};\ \overline{I_3} = \frac{\overline{V_{CA}}}{\overline{\overline{Z_3}}}$$

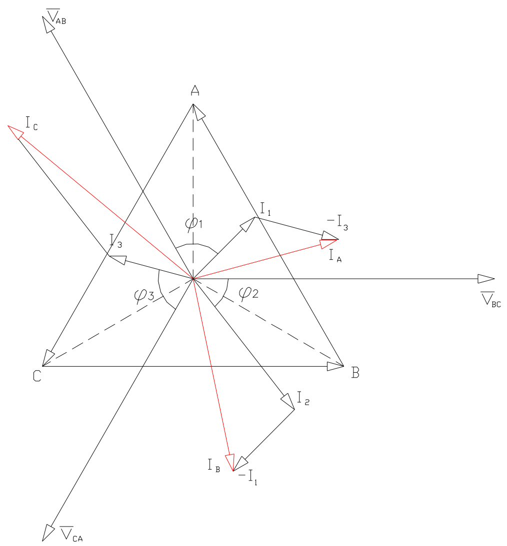
Esse sono sfasate sulle rispettive tensioni di $tg\varphi_1 = \frac{X_1}{R_1};\ tg\varphi_2 = \frac{X_2}{R_2};\ tg\varphi_3 = \frac{X_3}{R_3}$.



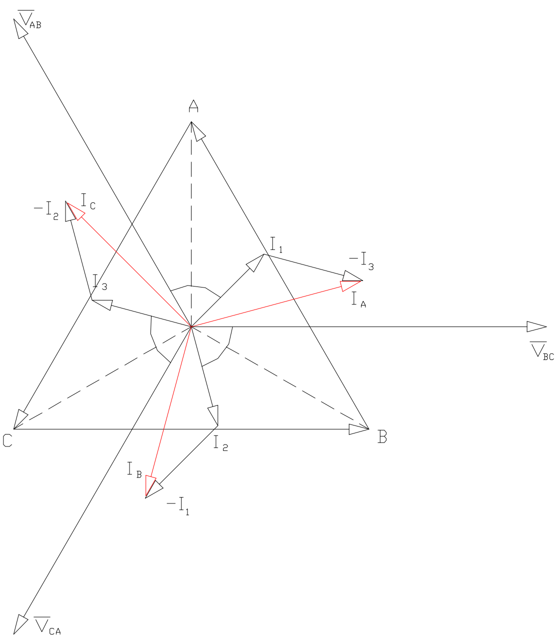
Per comodità di riferimento, nella costruzione del diagramma delle correnti si assume come origine dei vettori il ***CENTRO IDEALE*** del sistema.

Ora applicando il primo principio di Kirchhoff ai vertici del triangolo posso determinare le correnti di ***LINEA***:

$$\overline{I}_A = \overline{I}_1 - \overline{I}_3;\ \overline{I}_B = \overline{I}_2 - \overline{I}_1;\ \overline{I}_C = \overline{I}_3 - \overline{I}_2$$

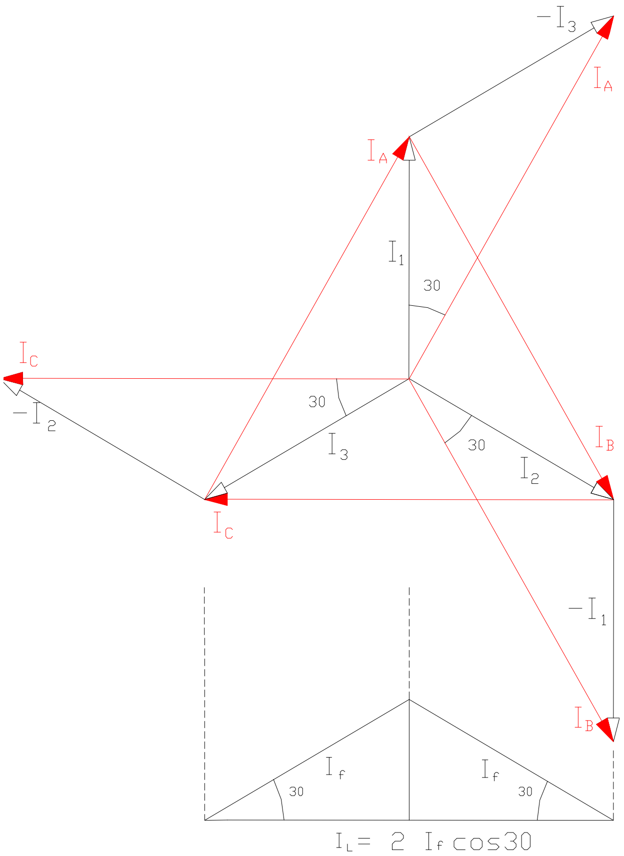


Da ciò vedo che le tre correnti di linea corrispondono ordinatamente alle differenze vettoriali fra le correnti di fase che interessano i lati consecutivi del triangolo.
In particolare le 3 correnti di linea sono anche rappresentate dai lati del triangolo che ha per vertici gli estremi dei tre vettori $\overline{I}_1, \overline{I}_2, \overline{I}_3$ che rappresentano le correnti nelle singole fasi.
Se le tensioni di alimentazione sono simmetriche e **le tre impedenze sono identiche**, le tre correnti di fase risultano uguali in valore ed egualmente sfasate e il triangolo delle correnti di linea risulta equilatero ed il sistema si dice ***SIMMETRICO ED EQUILIBRATO.***



In tal caso indicato con I_L il valore efficace delle tre correnti di linea e con I_f il valore efficace delle correnti di fase si ha: $I_L = 2\ I_f \cos 30°$ e perciò $\mathbf{I_L = \sqrt{3}\ I_f}$ pertanto ***NEI SISTEMI TRIFASI A TRIANGOLO SIMMETRICI ED EQUILIBRATI LE 3 CORRENTI DI LINEA SONO $\sqrt{3}$ VOLTE MAGGIORI DELLE 3 CORRENTI DI FASE!!***

$$\boxed{\mathbf{I_L = \sqrt{3}\ I_f}}$$



La terna delle correnti di linea è spostata di 30° in ritardo sulla terna delle correnti di fase.
Si osserva infine che nei rapporti fra tensioni e correnti il collegamento a triangolo gode delle ***PROPRIETA' DUALI*** del collegamento a stella cioè quanto si verifica per le correnti nel triangolo trova riscontro in quanto accade invece per le tensioni nella stella e viceversa.
In poche parole:
Nei sistemi *SIMMETRICI EQUILIBRATI:* nel triangolo le tensioni di linea coincidono con le tensioni di fase, le correnti di linea sono $\sqrt{3}$ > I fase;
nella stella le correnti di linea coincidono con le correnti di fase e le tensioni di linea sono $\sqrt{3}$ > delle tensioni di fase.

Conclusioni :
Il collegamento a stella è caratterizzato da :

6 tensioni : **3 tensioni di fase** — **3 tensioni concatenate**

Se il sistema è simmetrico $V_C = \sqrt{3}\ V_f$

Se il sistema è equilibrato : $\bar{I}_0 = 0$

3 correnti.

Il collegamento a triangolo è caratterizzato da:

3 tensioni

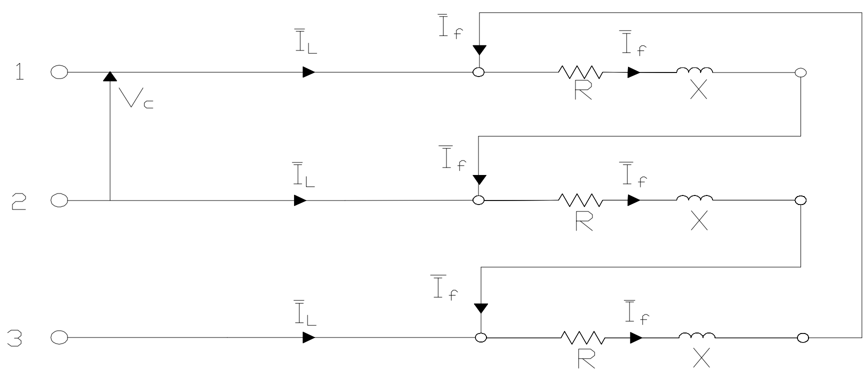
6 correnti : **3 correnti di fase** — **3 correnti di linea**

Se il sistema è equilibrato : $I_L = \sqrt{3}\ I_f$

Esercizi applicativi sul sistema trifase a triangolo:

Esercizio:

Una linea trifase, con tensione concatenata di 220 V, alimenta tre impedenze uguali collegate a triangolo e costituite da una resistenza R = 6 Ω e da una reattanza induttiva X = 8 Ω. Determinare la corrente nei fili di linea ed il suo sfasamento sulla tensione concatenata.



In ognuna delle tre fasi si ha l'impedenza :

$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\ \Omega$

Le tre impedenze sono sottoposte alla tensione concatenata,perciò la corrente in ogni fase del triangolo è :

$$I_f = \frac{V_c}{Z} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A}$$

Le tre correnti di fase sono sfasate in ritardo sulla tensione concatenata di uno stesso angolo φ, dato da :

$$\text{tg } \varphi = \frac{X}{R} = \frac{8}{6} = 1{,}333 \quad \rightarrow \varphi = 53°10'.$$

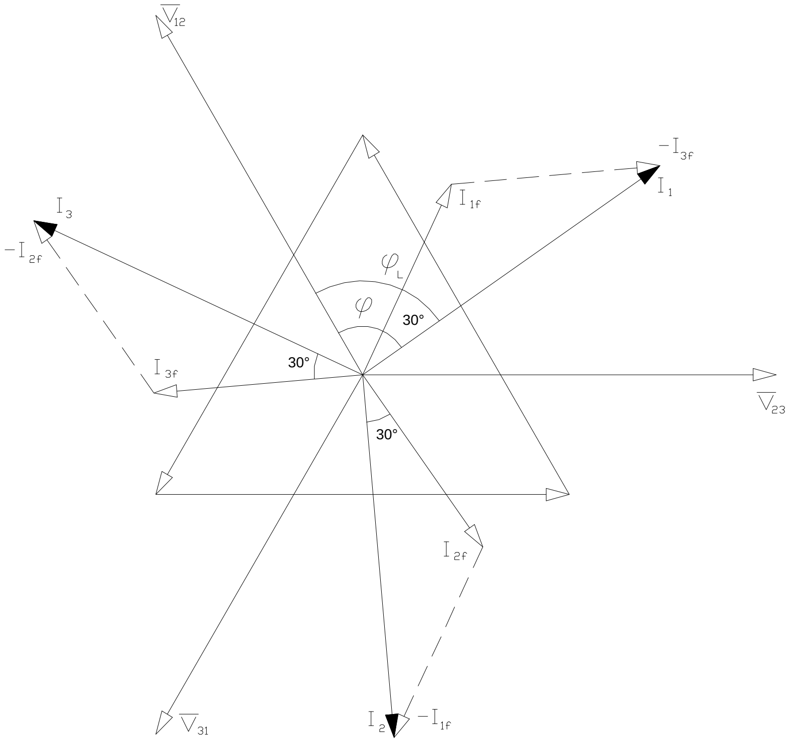
Essendo il sistema equilibrato, le correnti di linea sono :

$$I_L = \sqrt{3}\ I_f = 1{,}73 \text{ x } 22 = 38{,}06 \text{ A.}$$

Le correnti di linea sono sfasate in ritardo di 30° sulle correnti di fase e,quindi,sono in ritardo sulla tensione concatenata di un angolo :

$$\varphi_L = \varphi + 30° = 53°10' + 30° = 83°10'$$

come si evidenzia nel sottostante diagramma vettoriale

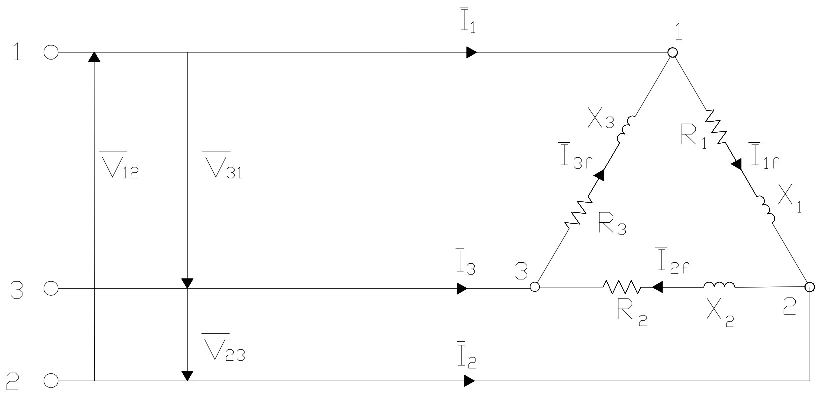


Esercizio:

Un sistema simmetrico di tensioni concatenate a 260 V,alimenta tre impedenze ohmico-induttive collegate a triangolo,le quali hanno le seguenti caratteristiche:

$R_1 = 4\ \Omega \quad X_1 = 3\ \Omega$; $R_2 = 5\ \Omega \quad X_2 = 3\ \Omega$; $R_3 = 6\ \Omega \quad X_3 = 8\ \Omega$

Determinare le correnti di fase,le correnti di linea, i loro sfasamenti sulle rispettive tensioni.



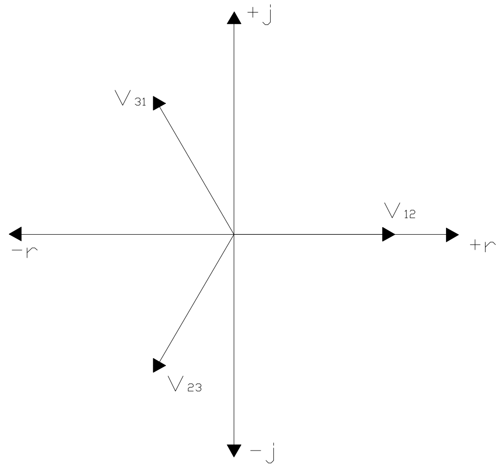
Le impedenze in forma simbolica e in modulo, sono:

$\overline{Z_1} = \overline{R_1} + j\overline{X_1} = 4 + j3$; $Z_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5{,}0\ \Omega$

$\overline{Z}_2 = \overline{R_2} + j\overline{X_2} = 5 + j3$; $Z_2 = 5{,}8\ \Omega$

$\overline{Z_3} = \overline{R_3} + j\overline{X_3} = 6 + j8$; $Z_3 = 10\ \Omega$

Disponendo il vettore della tensione concatenata $\overline{V_{12}}$ secondo il semiasse reale positivo,si ottengono le espressioni delle diverse tensioni concatenate :



$\overline{V_{12}}$ = 260 + j 0

$\overline{V_{23}}$ = - 260 sen 30° - j 260 cos 30° = 260 (- $\frac{1}{2}$ - j $\frac{\sqrt{3}}{2}$) = - 130 – j 225

$\overline{V_{31}}$ = - 260 sen 30° + j 260 cos 30° = 260 (- $\frac{1}{2}$ + j $\frac{\sqrt{3}}{2}$) = - 130 + j 225

Calcoliamo ora le correnti di fase in forma simbolica e in modulo:

$\overline{I_{1f}} = \frac{\overline{V_{12}}}{\overline{Z_1}} = \frac{260}{4+J3} = \frac{260(4-j3)}{(4+j3)x(4-j3)}$ = 41,6 – j31,2 → $I_{1f} = \sqrt{41{,}6^2 + 31{,}2^2}$ = 52 A

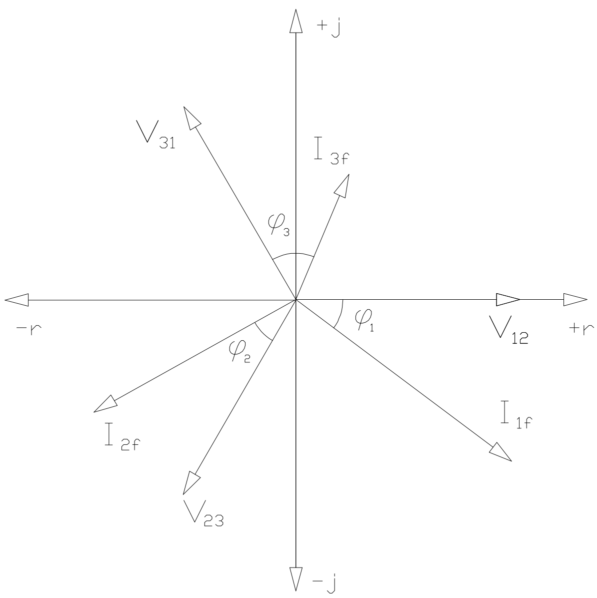
$\overline{I_{2f}} = \frac{\overline{V_{23}}}{\overline{Z_2}} = \frac{-130-j225}{5+j3} = \frac{(-130-j225)x(5-j3)}{(5+j3)x(5-j3)}$ = -38,97-j21,6 → I_{2f} =44,6 A

$\overline{I_{3f}} = \frac{\overline{V_{31}}}{\overline{Z_3}} = \frac{-130+j225}{6+j8}$ = 10,2 + j23,9 → I_{3f} = 26 A

I loro sfasamenti in ritardo(carico Ω-L) sulle tensioni concatenate sono :

$tg\varphi_1 = \frac{X_1}{R_1} = \frac{3}{4}$ = 0,75 → φ_1 = 36°50’ $tg\varphi_2 = \frac{X_2}{R_2}$ = 0,60→→ φ_1 = 31°

$tg\varphi_3 = \frac{X_3}{R_3}$ = 1,33→ φ_1 = 53°,10’



NB:

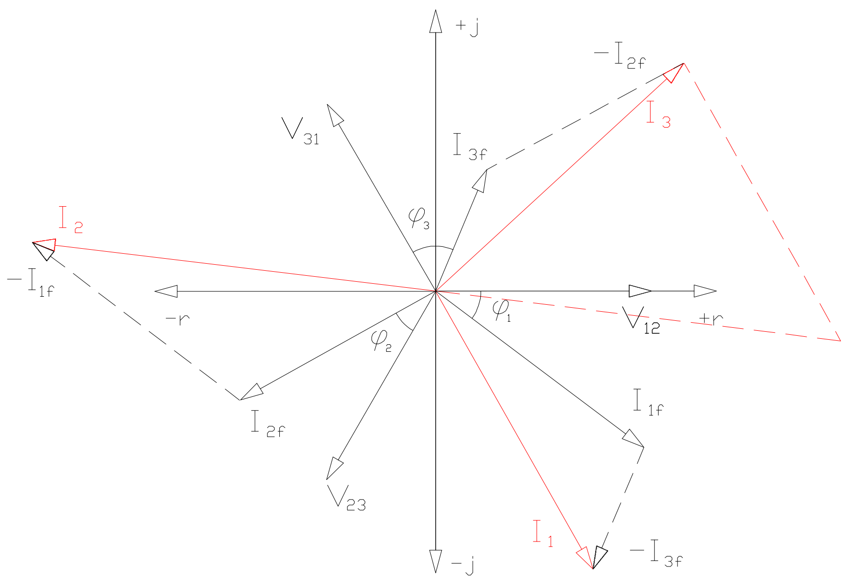
Se si fa il rapporto fra parte immaginaria e parte reale :

tg α = $\frac{31,2}{41,6}$ trovo l'angolo α che coincide con φ_1 ma questo non vale per le altre correnti : tg β = $\frac{21,2}{38,97}$ è diverso da φ_2 idem per l'angolo γ.

Le correnti di linea sono uguali alla differenza vettoriale delle correnti di fase che concorrono allo stesso nodo del triangolo e quindi:

$\overline{I_1} = \overline{I_{1f}} - \overline{I_{3f}}$ = (41,6 – j31,2) - (10,2 + j23,9) = 31,4 – j55,1
$\overline{I_2} = \overline{I_{2f}} - \overline{I_{1f}}$ = (-38,97-j21,6) - (41,6 – j31,2) = -80,57 + j9,6
$\overline{I_3} = \overline{I_{3f}} - \overline{I_{2f}}$ = 49,17+j45,5
$I_1 = \sqrt{31,4^2 + 55,1^2}$ = 63,5 A I_2 = 81,2 A I_3 = 67 A

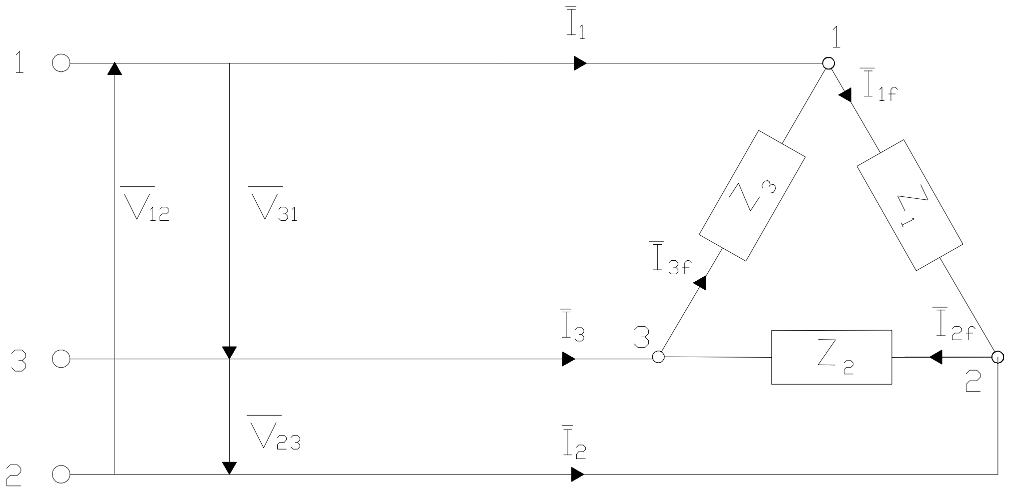
La somma vettoriale delle correnti di linea è uguale a zero,come si può controllare sommando i tre numeri complessi che le rappresentano e come risulta dal diagramma.



Esercizio da svolgere :

Una linea trifase alla tensione concatenata di 360 V,alimenta tre impedenze collegate a triangolo :

$\overline{Z_1} = 2 + j4$ $\overline{Z}_2 = 3 - j3$; $\overline{Z_3} = 4 + j3$



Determinare la corrente nei tre fili di linea e trovare come variano queste correnti, quando si elimina l'impedenza Z_3.
