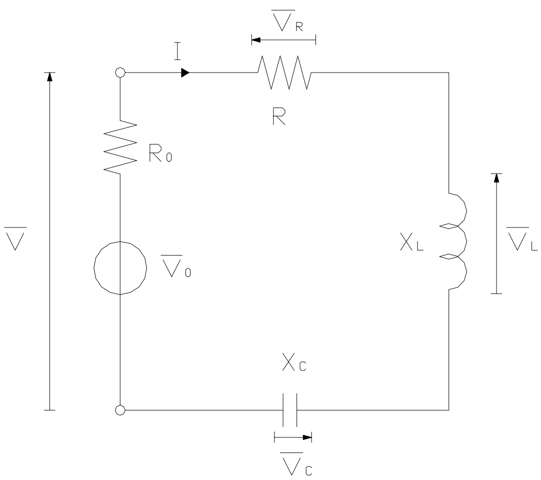
CONCETTO DI RISONANZA

Quando il compenso fra l'energia dovuta all'induttanza e quella dovuta alla capacità è perfetto, la potenza reattiva risultante sulla linea di alimentazione è zero e la linea stessa è chiamata a convogliare esclusivamente potenza attiva: in tali condizioni la tensione e la corrente in linea sono in fase tra di loro, nonostante la presenza di induttanza e capacità. Questo stato di regime corrisponde alla ***condizione di risonanza del sistema***. In generale si dice quindi che ***" un ragruppamento qualunque di circuiti induttivi e capacitivi comunque accoppiati è in regime di risonanza quando le rispettive potenze reattive mutuamente si compensano e cioè, in definitiva, quando i campi magnetici ed elettrici dell'intero sistema si costituiscono e si estinguono alternativamente gli uni a spese degli altri ".***

Il fenomeno della risonanza si può quindi manifestare per alcuni particolari valori di frequenza o per alcuni particolari valori degli elementi reattivi costituenti le reti elettriche. Pertanto ***" per risonanza si intende quella particolare condizione per la quale l'impedenza equivalente del circuito presenta argomento (angolo) nullo ".***

Consideriamo ora il piú semplice bipolo risonante passivo cioè una resistenza in serie ad una induttanza ed ad una capacità;

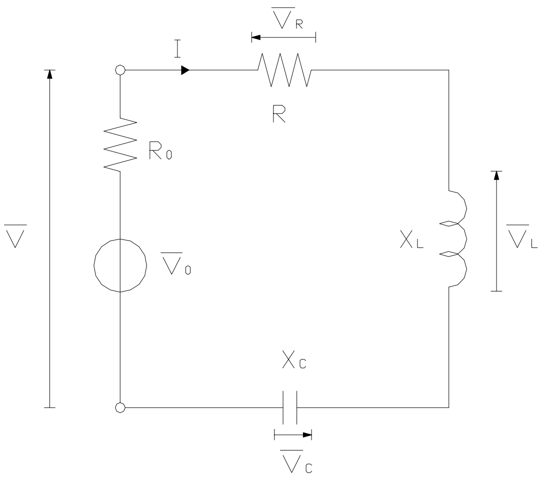


tale bipolo è alimentato da una tensione V con pulsazione ω e impedenza interna R_0.

$$\bar{I} = \frac{\overline{V_0}}{\bar{Z}} = \frac{\overline{V_0}}{R + R_0 + j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\overline{V_0}}{R + R_0 + j(X_L - X_C)}$$

Affinchè il circuito possa entrare in risonanza, cioè affinchè la I risulti in fase con V_0 deve essere per forza: $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$.

Essa sarà verificata, ad esempio, fissati i valori di L e C, per un particolare valore della pulsazione del generatore che alimenta il circuito. A questo particolare valore si da il nome di **pulsazione di risonanza**.



Dalla relazione $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, si ricava:

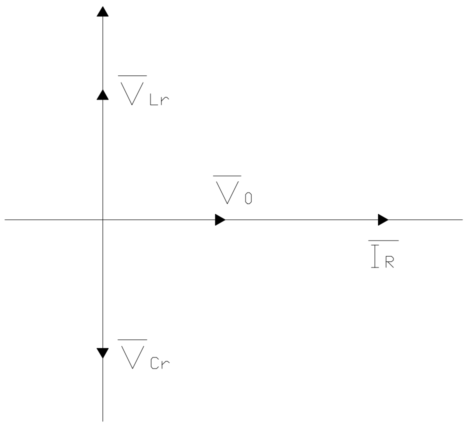
$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow (2\pi f)^2 = \frac{1}{LC}$ ed infine

$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} =$ **frequenza di risonanza**.

Alla Risonanza si verifica quindi:

1) La corrente è in fase con la tensione applicata V_0 cioè il circuito si comporta come se fosse ohmico.
2) Il valore della corrente del circuito è $I_r = \frac{\overline{V_0}}{R + R_0}$ cioè la corrente è limitata ora solamente dalla parte ohmica del circuito per cui, se questa risultasse di basso valore, la corrente assumerebbe valori notevoli.

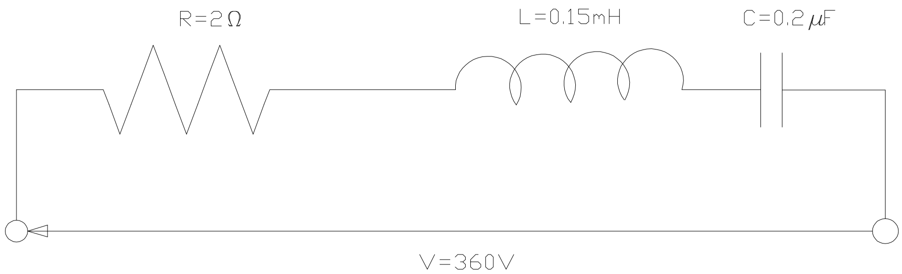
3) In condizioni di risonanza nascono delle sovratensioni pericolose; le tensioni ai capi di L e di C ammontano a $\overline{V}_{Lr} = j\omega_r L \dfrac{\overline{V}_0}{R+R_0}$ e $\overline{V}_{Cr} = -j\dfrac{1}{\omega_r C}\cdot\dfrac{\overline{V}_0}{R+R_0}$



con V_{Lr}=V_{Cr}

Si deduce quindi che il modulo della tensione che si viene a localizzare in risonanza ai capi di ciascuno dei due elementi reattivi è $\dfrac{\omega_r L}{R+R_0}$ o $\dfrac{1}{\omega_r C(R+R_0)}$ volte maggiore della tensione V_0 del generatore che alimenta il circuito.

Esercizio:



Determinare f_r = ? I_r = ?

I in condizioni normali:

$X_L = \omega L = 2\pi f L = 0,0471\ \Omega$ $X_C = \dfrac{1}{\omega C} = 15.923,5\ \Omega$

$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{2^2 + 15.923^2} = 15.923\ \Omega$

$I = \dfrac{V}{Z} = \dfrac{360}{15.923} = 0,023\ A$

In condizioni di risonanza:

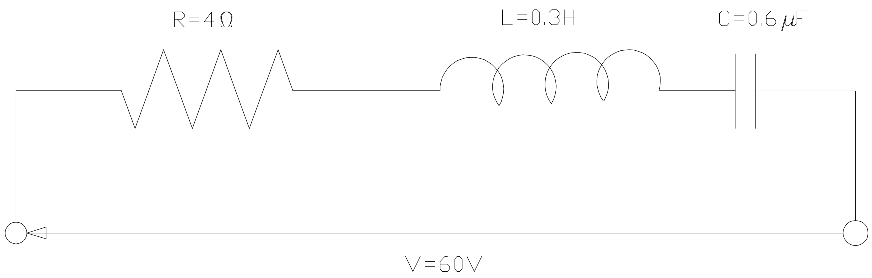
la frequenza di risonanza f_r vale :

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2x3{,}14x\sqrt{0{,}15x10^{-3}\,x0{,}2x10^{-6}}} = \frac{1}{2x3{,}14x5{,}48x10^{-6}} = 29.072H_Z$$

e la corrente : $I_r = \frac{V}{R} = \frac{360}{2} = 180A$

Esercizio:

Determinare f_r;I_r; V_{Lr};V_{Cr}



X_L = ωL = $2\pi f L$ = 94,24 Ω $X_C = \frac{1}{\omega C}$ = 5.305,16 Ω

Z = $\sqrt{R^2 + X^2}$ = 5.211 Ω e quindi in condizioni normali

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{60}{5.211} = 0{,}012A$$

in risonanza :

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\cdot 3{,}14\cdot\sqrt{0{,}3\cdot 0{,}6\cdot 10^{-6}}} = 376Hz$$

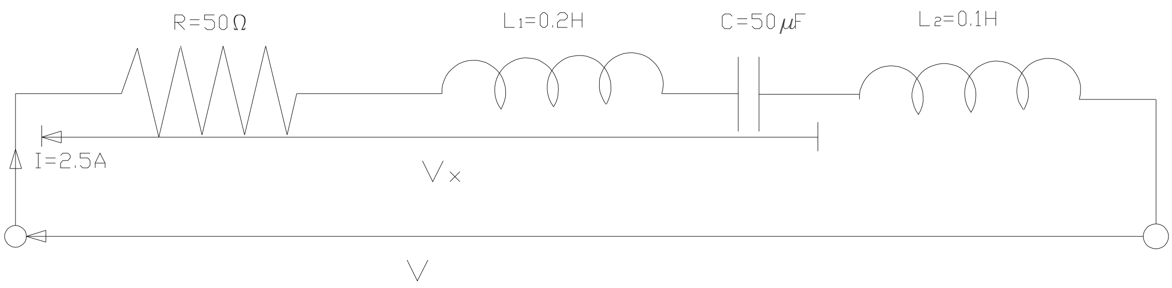
$$I_r = \frac{V}{R} = 15A$$

$$V_{Lr} = \omega_r L I_r = 2\cdot 3{,}14\cdot 376\cdot 0{,}3\cdot 15 = 10625V$$

$$V_{Cr} = \frac{1}{\omega_r C}\cdot I_r = 10587V$$

Esercizio:

Determinare la tensione a capi del circuito V, la tensione V_X, il fattore di potenza e la capacità del condensatore per entrare in risonanza.



X_{L1} = 62,84 Ω X_C = 63,7 Ω X_{L2} = 31,4 Ω

$\overline{Z} = 50 + j30{,}25 = \sqrt{50^2 + 30{,}25^2} = 58{,}57\Omega$

Si pone la corrente sull'asse reale : $\overline{I} = 2{,}5 + j0$

$\overline{V_X} = \overline{Z_X} x \overline{I} = (50 - j0{,}87)x(2{,}5) = 125 - j2{,}175 \rightarrow V_X = \sqrt{125^2 + 2{,}175^2} = 125{,}02V$

$\overline{V} = \overline{Z} x \overline{I} = (50 + j30{,}25)x(2{,}5) = 125 + j75{,}62 \rightarrow V = 146V$

$\overline{V_R} = Rx\overline{I} = 50x2{,}5 = 125 + j0$

$\overline{V_{L1}} = +j157{,}1$ $\overline{V_C} = -j159{,}25$ $\overline{V_{L2}} = +j78{,}5$

$tg\varphi = \frac{75{,}62}{125} = 0{,}6 \rightarrow \varphi = 30{,}96^0 \rightarrow \cos\varphi = 0{,}85$ oppure $tg\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{50}{58{,}57} = 0{,}85$

In condizioni di risonanza $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ pertanto

$C = \frac{1}{\omega^2 L} = 33{,}8\mu F$
