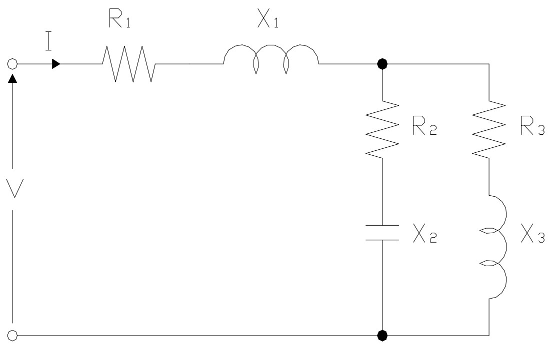
POTENZA ATTIVA, REATTIVA, APPARENTE NEI CIRCUITI COMPLESSI.

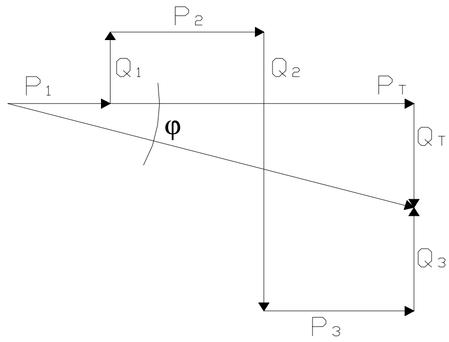
TEOREMA DI BOUCHEROT

In una rete complessa possono essere presenti contemporaneamente più resistori, induttori e condensatori.

Il calcolo delle potenze è regolato dal teorema di BOUCHEROT:

“La potenza reale (attiva) assorbita da un circuito complesso corrisponde sempre alla somma aritmetica delle singole potenze attive dissipate da ogni singolo resistore”.





Dalla figura precedente:

$$\boxed{\mathbf{P_T = P_{R1}+P_{R2}+P_{R3}+\dots}}$$

Questo risultato è conseguenza del principio di conservazione dell’energia. Per le potenze reattive vale un principio analogo, salvo il fatto che nei circuiti induttivi e capacitivi si verifica un’azione di compensazione tra le potenze reattive e pertanto:

“ la potenza reattiva totale è la somma algebrica delle singole potenze reattive in gioco in ogni induttore e condensatore”.

Dalla figura precedente:

$$\boxed{\mathbf{Q_T = Q_{X1} - Q_{X2} + Q_{X3} \pm \dots}}$$

(con la convenzione di considerare negativa la potenza reattiva capacitiva)

Ciò significa che se in uno stesso circuito si trovano accoppiate una induttanza e una capacità, si verifica che il campo magnetico che si va costituendo attorno all’induttanza, quando la corrente aumenta, riceve l’energia che si libera corrispondentemente dal campo elettrico del condensatore; successivamente, quando la tensione alle armature del condensatore va aumentando (la corrente diminuisce), a fornire l’energia di carica che esso accumula, concorre l’energia che si libera dal campo magnetico che si sta estinguendo intorno all’induttanza.
Si produce in tal modo uno scambio alterno e reciproco di energia fra il campo magnetico e il campo elettrico e così il generatore che alimenta il sistema deve solo fornire e ricevere di volta in volta la differenza fra l’energia che si accumula nei due campi magnetico ed elettrico; ciò vuol dire

che la potenza reattiva dell'intero circuito è la differenza (o la somma algebrica) fra le potenze reattive, induttive e capacitive.

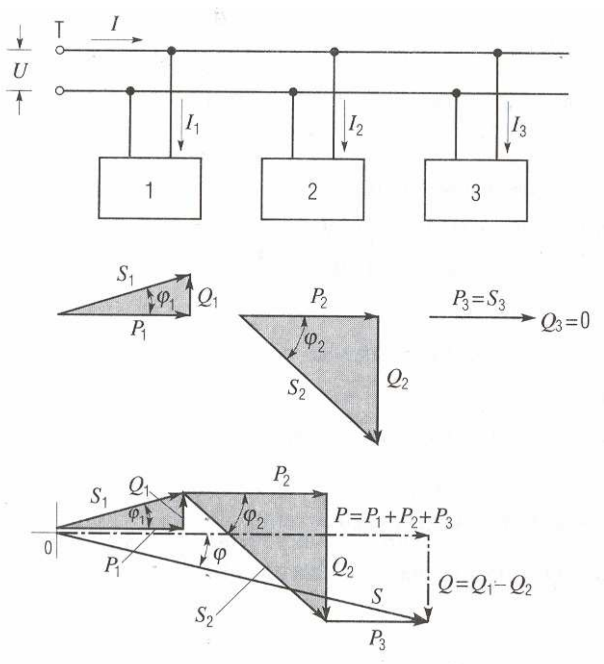
Infine:

"La potenza apparente è pari alla somma vettoriale delle singole potenze apparenti".

NB: somma vettoriale e non somma algebrica.

$$\boxed{S_T = \sqrt{P_T^{\,2} + Q^2_T}}$$

Conseguenza del teorema di BOUCHEROT è il metodo di " ***risoluzione delle potenze o di Boucherot*** " per la risoluzione delle reti. Questo metodo consiste nel costruire, uno di seguito all'altro, i triangoli delle potenze relativi ai singoli utilizzatori, e calcolando poi di volta in volta, in ciascuna sezione del circuito la corrente e la tensione. Supponiamo ad esempio che una linea elettrica alimenti tre apparecchi utilizzatori:



Esercizio:

Una linea a corrente alternata monofase, alla tensione di 220 V assorbe due carichi come in figura. Determinare le correnti assorbite dei due carichi e la corrente risultante in linea.

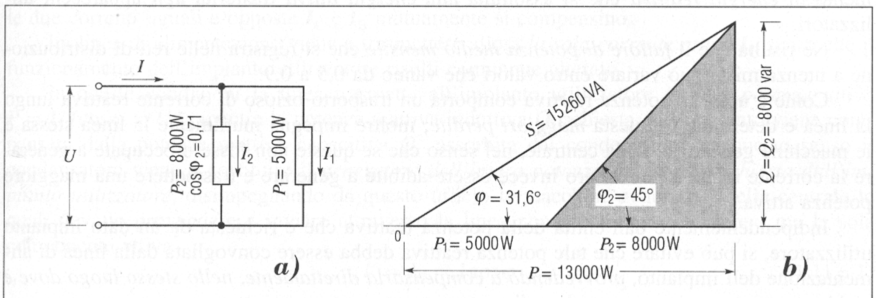


Fig. **1.11.5.2** - Composizione di due carichi.

Per il *carico ohmico*

$$I_1 = \frac{P_1}{U} = \frac{5\,000}{220} = 22{,}7\ \text{A}$$

Per il *carico induttivo*, dalla relazione $P_2 = U I_2 \cos\varphi_2$, si ricava invece

$$I_2 = \frac{P_2}{U\cos\varphi_2} = \frac{8\,000}{220 \times 0{,}707} = 51{,}4\ \text{A}$$

Per ottenere la corrente totale in linea bisognerebbe costruire il diagramma vettoriale delle correnti. La risoluzione dell'esercizio è più agevole se si adotta il *metodo delle potenze*.

Si esegue la composizione della potenza attiva $P_1 = 5\,000\,\text{W}$ con il triangolo delle potenze del carico induttivo, come in fig. **b**). La potenza attiva di questo utilizzatore induttivo è $P_2 = 8\,000\,\text{W}$. La corrispondente potenza reattiva, essendo $\varphi_2 = 45°$ e $\tan\varphi_2 = 1$, risulta del valore

$$Q_2 = P_2 \tan\varphi_2 = 8000 \times 1 = 8000\ \text{var}$$

La potenza *attiva* totale è

$$P = P_1 + P_2 = 5000 + 8000 = 13\,000\ \text{W}$$

La potenza *reattiva* totale è semplicemente

$$Q = Q_2 = 8\,000\ \text{var}$$

A questi valori corrisponde una potenza *apparente* risultante

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{13\,000^2 + 8\,000^2} = 15\,260\ \text{VA}$$

La *corrente in linea* risulta così

$$I = \frac{S}{U} = \frac{15\,260}{220} \approx 69{,}4\ \text{A}$$

Il *fattore di potenza* e lo sfasamento φ risultano invece

$$\lambda = \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{13\,000}{15\,260} \approx 0{,}85 \quad ; \quad \varphi = 31{,}6°$$

RIFASAMENTO

Negli impianti elettrici a corrente alternata i carichi che più comunemente si incontrano hanno caratteristiche ohmico-induttive. Basta pensare al tipico caso del motore elettrico per convincersene. Come si sa i soli carichi che assorbono completamente la potenza attiva sono quelli puramente resistivi (lampade ad incandescenza, stuffette elettriche, ferri da stiro ecc…) per tutti gli altri esiste un assorbimento sia di potenza attiva che di reattiva. Com'è stato detto più volte la potenza reattiva ha un valore medio nullo ma comunque impegna i cavi (la linea di distribuzione) allo stesso modo delle altre forme di potenza.

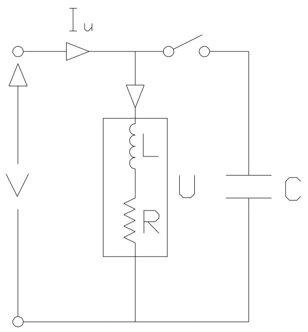
La Potenza Reattiva è continuamente **"palleggiata"** tra generatore ed utilizzatore e non è associata ad alcun effetto pratico al contrario della potenza attiva che è trasferita sull'utilizzatore ed in esso trasformata nel tempo in energia termica, meccanica o altre forme di energia. La presenza contemporanea di potenza attiva e reattiva, pur non mostrando alcun aumento della potenza sfruttabile, che rimane la sola potenza attiva, obbliga il generatore (nel caso più generico l'ente

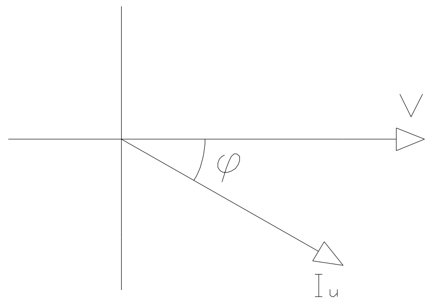
distributore di energia, Enel, AEC etc..) a produrre una potenza apparente S pari alla somma vettoriale tra P e Q.
Il fattore di potenza medio che si registra nelle reti di distribuzione può variare da 0.5 a 0.8. Dato che anche sotto l'aspetto delle tariffe, l'energia che viene pagata (si paga energia non potenza !!!-- il contatore misura infatti i kWh) è l'energia attiva, risulta più conveniente, da parte dell'ente distributore, alimentare carichi la cui potenza apparente sia il più possibile coincidente con la potenza attiva e quindi con cos φ = 0.9 o superiore. Indipendentemente dall'entità della potenza reattiva che è richiesta da un dato impianto utilizzatore si può evitare che tale potenza reattiva debba essere convogliata dalla linea di alimentazione dell'impianto provvedendo a compensarla direttamente, nello stesso luogo dove è richiesta con una potenza di segno opposto.

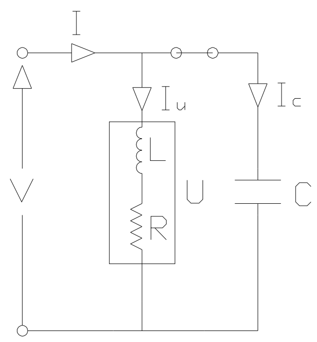
Da quanto detto si deduce che per ridurre l'energia reattiva richiesta dagli utenti si ricorre al cosiddetto ***rifasamento.***

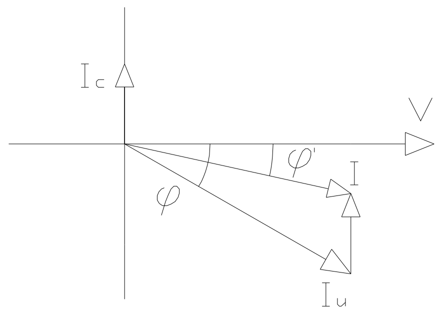
Il principio su cui si basa questo importante metodo che mira alla ottimizzazione dei carichi è la compensazione dell' energia reattiva induttiva con l'energia reattiva capacitiva (si ricordi infatti che la potenza reattiva capacitiva ha segno opposto a quella induttiva).

Il metodo utilizzato è circuitalmente semplice e consiste nel collegare in parallelo al carico Ω-L un carico capacitivo, costituito da una batteria di condensatori:

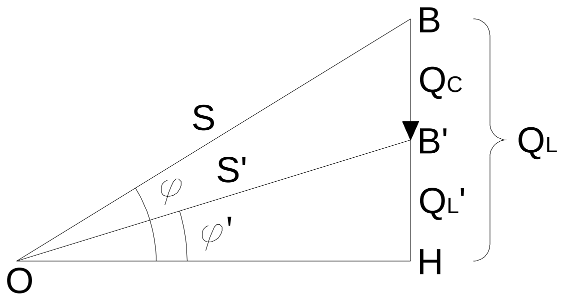








Tracciando il corrispondente diagramma vettoriale si vede che la corrente richiesta I risulta meno sfasata di I_u ed è di minore intensità.
Il ragionamento fatto sulle correnti può essere ripetuto con le potenze :



Il triangolo delle potenze nella situazione corrispondente al cos φ del carico prima del rifasamento è OHB.

Se voglio che il fattore di potenza aumenti,cioè lo sfasamento diminuisca (triangolo OHB’) occorre aggiungere al carico (teorema di Boucherot) un condensatore avente una potenza reattiva Q_C pari al segmento B-B’ ; sarà quindi :

$$\boxed{Q_C = Q_L - Q_{L'} = P \times tg\,\varphi - P \times tg\,\varphi' = P\,(tg\,\varphi - tg\,\varphi')}$$

Nota Q_C si può calcolare il valore della capacità necessaria :

$$\boxed{C = \frac{Q_C}{\omega\ V^2} = \frac{P\,(tg\,\varphi - tg\,\varphi')}{\omega\ V^2}}$$

La potenza apparente sulla linea viene ridotta dal valore

S = $\sqrt{P^2 + Q_L^2}$ **al valore S’ =** $\sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$

La corrente in linea si riduce da I = $\frac{S}{V}$ **I al valore I’ =** $\frac{S'}{V}$ **.**

Il cos φ al di sotto del quale si pagava sovrattassa era fino a poco tempo fa pari a cos φ = 0,9 ma ora è stato aumentato per portarlo oltre 0,9.

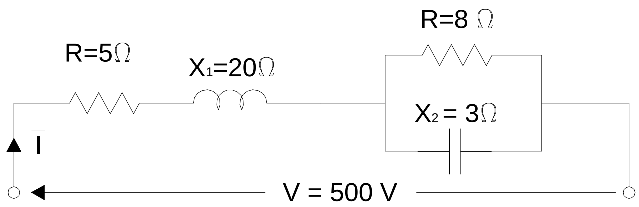
Esercizio:

Si deve rifasare un carico **Ω**-L il quale assorbe una potenza di 100 W con cos φ = 0,50.
Trovare la potenza reattiva del condensatore affinché il cos φ si porti a 0,90 e il valore della capacità qualora la tensione di alimentazione sia 220 V alla frequenza dei 50 Hz.

Soluzione .

Q_C = P (tg φ – tg φ’) = 100 (1,732 – 0,484) = 124,8 VAR.

$$C = \frac{Q}{\omega V^2} = \frac{124{,}8}{6{,}28x50x220^2} = 8{,}2\ \mu F \qquad I = \frac{P}{V\cos\varphi} = 0{,}9\ A \qquad I' = \frac{P}{V\cos\varphi'} = 0{,}5\ A$$



Esercizio:

Determinare P,Q,S, cos φ e rifasare il carico a cos φ = 0,9.

$$\overline{Z} = (R_1 + jX_1) + \frac{-jR_2X_2}{R_2 - jX_2} = (5 + j20) - \frac{j8x3}{8 - j3} = 5{,}98 + j17{,}37 \rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X^2} = 18{,}36\ \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{500}{18{,}36} = 27{,}2A \ \rightarrow P = RI^2 = 4.425W \quad Q = XI^2 = 12.850Var \quad S = ZI^2 = 13.590VA$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{4425}{13590} = 0{,}325 \rightarrow Q_C = P(tg\varphi - tg\varphi') = 4425(2{,}909 - 0{,}484) = 10.708VAR$$

$$C = \frac{10708}{6{,}28x50x500^2} = 1{,}36x10^{-4}F = 136\mu F$$

$$I = \frac{P}{V\cos\varphi} = \frac{4425}{500x0{,}325} = 27{,}12A \quad I' = \frac{P}{Vx\cos\varphi'} = \frac{4425}{500x0{,}9} = 9{,}83A$$

$$S = VI = 500x27{,}2 = 13.600VA \qquad S' = VI' = 500x9{,}83 = 4.915VA$$

Da ciò si deduce che rifasando il carico si riduce anche la corrente in linea,con i vantaggi che ne derivano.